



Neue
Beyträge zur Akustik

von

Ernst Florens Friedrich Chladni,

der Philosophie und Rechte Doctor, Mitgliede der Batavischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Haarlem, der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin, der Akademie nützlicher Wissenschaften zu Erfurt, der italiänischen Gesellschaft zu Livorno und noch einiger andern wissenschaftlichen Gesellschaften; Correspondenten der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg, der Königl. Akademien zu Berlin, München und Turin, der Königl. Societät zu Göttingen, der philomathischen Gesellschaft zu Paris, und der Gesellschaft für Naturkunde zu Rotterdam.

Nebst zehn steingedruckten Tafeln.

Leipzig,
bey Breitkopf und Härtel.
1817.

Prof. Alex. Ziwet
gt.
1-31-1923

Math

Anzeige des Inhalts.

Vorrede,

zur Fortsetzung der Geschichte meiner akustischen Entdeckungen.

Ganz überflüßig würde meines Erachtens eine Vorrede seyn, wenn nicht das Interesse, welches so Manche der zu Anfange meiner Akustik und auch bisweilen mündlich erzählten Geschichte meiner Entdeckungen bezeigt haben, mich veranlaßte, diese Erzählung fortzusetzen.

Nach der Herausgabe meiner Akustik im Jahre 1802 habe ich einige Reisen im südlichen Deutschlande angestellt und bin hernach wieder geraume Zeit zu Hause (in Wittenberg) geblieben; wo ich mich denn mit mancherley Untersuchungen beschäftigt habe, besonders mit Fortsetzung der Versuche über die verschiedenen möglichen Bauarten eines Clavicylinders und eines Euphons. Während der Kriegsdrangsale in der zweyten Hälfte des Jahres 1806 war ich noch zu Hause, ließ mich aber dadurch so wenig, als es sich thun ließ, in meinen Beschäftigungen stören. Zu Anfange des Jahres 1807 trat ich eine Reise in westlichere und südlichere Gegenden an. In Holland hielt ich mich über Jahr und Tag auf, und fand dort an mehrern Orten eine freundschaftliche Aufnahme, und auch Sinn für meine Erfindungen. Von Holland reisete ich über Antwerpen und Brüssel, wo ich ein Paar Monate angenehm zubrachte, nach Paris. Dort wollte ich das, was ich für die Theorie und deren Anwendung gethan hatte, nicht gern von manchen über alles absprechenden Nichtkennern beurtheilen lassen; wohl aber sehr gern dem Urtheile achtungswerther Personen unterwerfen, denen man eben sowohl Gerechtigkeitsliebe als Sachkenntniß zutrauen konnte. Ich wendete mich also zu Ende des Jahres 1808 an das Institut, welches die gewiß sehr lobenswerthe Gewohnheit hatte, und auch wohl bey seiner jetzigen neuen Einrichtung wird beybehalten haben, Entdeckungen und Er=

findungen, die ihm vorgelegt, und dessen für werth gehalten wurden, durch eine Commission untersuchen zu lassen, und sein Urtheil darüber zu sagen, welches hernach öffentlich bekannt gemacht werden konnte. Da es nicht blos die Theorie, sondern auch den Clavicylinder, als eine Anwendung davon auf die Tonkunst, betraf, so erbat ich mir eine gemischte Commission aus der Klasse der physischen und mathematischen Wissenschaften, und aus der Klasse der schönen Künste. Man hatte auch die Gefälligkeit, eine Commission zu ernennen, die ich als ehrenvoll für mich anzusehen Ursache hatte, nähmlich aus der Klasse der physischen und mathematischen Wissenschaften, die Herren Lacépède, Haüy und Prony, welcher letztere den Bericht abzufassen hatte, und aus der Klasse der schönen Künste die Herren Grétry, Méhul und Gossec. Sie bezeigten viele Zufriedenheit mit dem, was ich ihnen vorgelegt hatte, und urtheilten sehr günstig darüber. Der Bericht über den Clavicylinder findet sich im 12ten, und der über meine theoretischen Entdeckungen im 93sten Stücke des Moniteurs vom Jahre 1809, wie auch in den Mémoires de l'Institut auf 1808, und das ebenfalls sehr günstige Urtheil des Musikconservatorium über meinen Clavicylinder im 102ten Stücke des Moniteurs auf 1809. Nun wünschten mehrere der vorzüglichsten wissenschaftlichen Männer, besonders der verdienstvolle Laplace, daß ich ihnen meine Akustik, die, so wie sie im Deutschen ist, nicht wohl ganz übersetzbar gewesen seyn würde, in ihrer Sprache geben möchte. Ich erklärte, daß ich dazu bereit wäre, wenn man mich für den verlängerten etwas kostspieligen Aufenthalt einigermaßen entschädigte, worauf sie äußerten, das würde sich wohl thun lassen; ich konnte aber nicht wissen, ob und auf welche Art es geschehen würde. Sie machten den damahls regierenden Kaiser Napoleon darauf aufmerksam; dieser ließ mich zu sich rufen, und die Herren Laplace, Berthollet und Lacépède führten mich bey ihm ein. Er bezeigte meinen Entdeckungen anderthalb bis beynahe zwey Stunden lang Aufmerksamkeit, und ich mußte ihm alles recht genau aus einander setzen. Er äußerte auch, so wie die Andern, daß ich meine Akustik in französischer Sprache bearbeiten möchte, ließ mir am folgenden Tage 6000 Franken als Gratification auszahlen, und wieß auch dem Institute 3000 Franken an, zu Aussetzung eines außerordentlichen Preißes für

die mathematische Theorie der Flächenschwingungen, von welchen ich die physische Theorie gegeben hatte. Ich war also meinem Versprechen eben sowohl, wie der Wissenschaft schuldig, mich der Arbeit zu unterziehen, welche aber nicht so gar leicht war, weil die französische Sprache weniger Willkühr der Wendungen zuläßt, und nicht so reich ist, wie die deutsche, wie denn z. B. die verschiedenen Begriffe von Schall, Klang und Ton nur durch das einzige Wort son ausgedrückt werden, und für die Töne in verschiedenen Octaven (so wie auch im Italiänischen) weder Worte, noch Zeichen vorhanden waren, so daß ich sie mir erst schaffen mußte u. s. w. Ein übrigens sehr einsichtsvoller Mann, den ich fragte, wie eine gewisse etwas verwickelte Idee wohl könnte ausgedrückt werden, wo aber das, was er mir vorschlug, immer nicht ganz das ausdrückte, was ich eigentlich sagen wollte, äußerte endlich: Notre diablesse de langue ne veut pas se prêter à l'expression de toutes les idées possibles. Il faut même quelquefois sacrifier une idée aux caprices de la langue. Indessen habe ich doch nie nöthig gehabt, eine Idee aufzuopfern, sondern habe doch endlich immer ein Mittel gefunden, um sie zu retten (nach dem dortigen Ausdrucke: sauver une idée). Meine Ausarbeitung war, weil ich sie mit Eifer betrieb, in weniger als sechs Monaten geendigt, ohngeachtet ich den dortigen so mannigfaltigen Zerstreuungen ebenfalls einen beträchtlichen Theil der Zeit zu widmen nicht unterließ. Bey Vergleichung mit der deutschen Ausgabe wird man finden, daß es nicht sowohl eine Uebersetzung, sondern eine Umarbeitung ist, indem ich manches, was mir für die Bestimmung unzweckmäßig schien, weggelassen, einiges noch etwas kürzer und deutlicher vorgetragen, und manches Neue, welches hier aber auch nebst noch Mehreren, mitgetheilt wird, hinzugefügt habe. Da von mir, als einem Fremden, nicht zu verlangen war, daß ich alles so sprachrichtig, wie ein Einheimischer auszudrücken wüßte, und man in Frankreich sehr darauf sieht, so hatte mein unermüdet gefälliger Freund, Herr Biot, die Güte, den größten Theil meiner Ausarbeitung in dieser Hinsicht durchzusehen, und während er auf einige Zeit zu Berichtigung der Meridianmessung nach Dünkirchen verreiset war, der als talentvoller Mathematiker sich auszeichnende Herr Poisson, und was die Lehre vom Gehöre betrift, Herr Cuvier. Sie haben nur sehr wenig zu

ändern nöthig gefunden, besonders späterhin, weil ich mich bestrebte, jede nur einmahl gemachte Bemerkung und Berichtigung in der Folge für ähnliche Fälle zu benutzen, und dadurch ihnen sowohl als mir die Mühe zu erleichtern. Das, worauf am meisten gedrungen ward, war die möglichste Deutlichkeit, besonders durch Vermeidung langer und verwickelter Perioden, und solcher Einschiebsel, wodurch das Wesentlichste von dem, was man sagen will, erst zu Ende der Periode verständlich wird, worin sie meines Erachtens nicht blos in Hinsicht auf die französische Sprache, sondern auch im Allgemeinen, ganz Recht hatten. Das Buch erschien im November 1809 bey Courcier (jetzt veuve Courcier) imprimeur-libraire pour les mathématiques, unter dem Titel: Traité d'Acoustique par E. F. F. Chladni. Man äußerte viele Zufriedenheit mit meiner Bearbeitung; von öffentlichen Beurtheilungen ist mir weiter keine bekannt geworden, als die von Biot im Mercure de France. Schon einige Monate früher hatte das Institut die ihm hierzu angewiesenen 3000 Fr. als Preiß ausgesetzt für die beste Abhandlung über die mathematische Theorie der Schwingungen einer Fläche. Das Programm findet sich im 88sten Stücke des Moniteurs 1809, und in den Mémoires de l'Institut auf 1808, es ist auch nebst den Berichten des Instituts zu Ende meiner französischen Ausgabe der Akustik abgedruckt. Es kam hierbey darauf an, aus den allgemeinen Gesetzen der Mechanik die verschiedenen Bewegungen und deren Geschwindigkeiten der Erfahrung gemäß zu bestimmen und Gleichungen zu finden, für die verschiedenen Gestalten, welche eine schwingende Fläche annehmen kann, wo die Excursionen der Theile sich nicht durch krumme Linien ausdrücken lassen, sondern jede Dimension auf andere Art gekrümmt ist, jedoch so, daß Alles nach einem Gesetze der Stetigkeit zusammenhängt. Die Zeit zur Bewerbung ward zweymahl verlängert, es erschien aber keine Abhandlung, welche den Forderungen völlig Genüge geleistet hätte. Da dieses nicht weiter zu erwarten war, wie es denn überhaupt noch gar zu weit jenseits der gegenwärtigen Gränzen der höhern Analyse zu liegen scheint, so ward der Preiß endlich am 8ten Januar 1816 der einzigen dem Institute übergebenen und eine richtige Differenzialgleichung und sonst einige neuen Untersuchungen enthaltenden Abhandlung von Demoiselle Sophie Germain ertheilt, wie aus dem Moniteur vom 10. Januar 1816

zu ersehen ist. Von Paris reisete ich im Frühjahre 1810 über Straßburg nach der Schweitz. Dort brachte ich den Sommer ganz angenehm zu; am längsten verweilte ich in Zürich, wo ich akustische Vorlesungen hielt; machte auch auf einige Wochen eine Fußreise in die Gebürge des Berner Oberlandes, und zwar, weil die Andern durch den Sturm auf dem Thuner See und durch das schlechte Wetter sich abhalten ließen, weiter zu gehen, ganz allein, und, ein Paar kleine Seitenwege ausgenommen, auch ohne Führer, weil Charten und andere Nachrichten hinreichend waren, um mich zurecht zu finden. Hierauf begab ich mich nach Genf; man nahm aber dort, mit Ausnahme einiger verdienstvollen Professoren und noch etlicher Andern, die freundschaftlich waren, sehr wenig Notiz von mir und meinen Erfindungen. Von da gieng die Reise über den Mont Cenis nach Turin, wo die Annehmlichkeiten des Ortes und der Gegend, und besonders das biedere und gefällige Benehmen der Einwohner mich veranlaßten, sechs Monate hindurch zu bleiben. Sodann besuchte ich noch einige andere Orte in Piemont, verweilte auch einige Zeit in Mailand, Pavia, Parma, Genua, Florenz, Pisa, Livorno, Bologna, Venedig, und kehrte über Padua und Verona nach Deutschland zurück. Nach Rom und Neapel kam ich nicht, weil die Wege dorthin wegen der vielen Straßenräuber und Mörder gar zu unsicher waren. Während meines Aufenthaltes in Italien sind auch verschiedene Aufsätze von mir in italiänischer Sprache erschienen, nähmlich eine kurze auch besonders abgedruckte Nachricht von meinen Erfindungen im Giornale di fisica e chimica von Brugnatelli; ein chronologisches Verzeichniß der vom Himmel gefallenen Stein- und Eisenmassen, nebst einer Fortsetzung, in derselben Zeitschrift, wo ich auch bald eine zweyte Fortsetzung zu liefern gedenke; ingleichen eine Abhandlung: sulla miglior maniera di esporre l'Acustica ne' trattati di fisica, für die Schriften der società italiana delle scienze, lettere ed arti, welche ihren Mittelpunkt in Livorno hat, und mich zum Mitgliede aufgenommen hatte. Im Anfange des Sommers 1812 kehrte ich über München und Wien nach Wittenberg zurück und blieb dort bis in die Zeit der Belagerung im Jahre 1813. Da ich gar keinen Beruf fand, mich vielleicht auf lange Zeit in einer belagerten Festung einschließen zu lassen, wanderte ich aus nach Kemberg, einer etwas über eine Meile davon süd-

wärts entfernten kleinen Stadt, wo ich noch jetzt meine Wohnung habe. Im Herbste 1813 brannte meine Wohnung in Wittenberg ab, weil eine Brandrakete das mit Heu und Stroh gefüllte Haus des Nachbarn entzündet hatte. Ich habe dadurch viele Sachen verloren, unter andern manches, was nicht wieder ersetzt werden kann, wie z. B. so manche Specialcharten und Plane von Städten, die mir wegen vieler Erinnerungen interessant waren, nebst noch mehrern auf Reisen gesammelten Nachrichten. Indessen war es mir doch lieb, daß ich die meisten Sachen gerettet hatte, und unter diesen meinen Clavicylinder, mein Euphon und meine nicht unbeträchtlichen Sammlungen von Meteorsteinen und von Tonkünstlerbildnissen. Während der unruhigsten Zeit im Jahre 1813 und 1814 war ich theils mit den hier in der ersten Abhandlung vorgetragenen Untersuchungen über die Schwingungen einer Quadratscheibe beschäftigt, theils mit dem Bau eines neuen Clavicylinders, welcher im Aeußern nur wenig, aber in seiner innern Einrichtung wesentlich von dem vorigen verschieden ist, und in Ansehung der mehrern Gleichförmigkeit der Töne, der Abwesenheit alles Nebengeräusches und der Festigkeit des Innern ihm vorzuziehen ist. Diese neue Einrichtung läßt sich auf sehr mannigfaltige Arten anwenden, und dient auch dazu, um, wenn man nicht auf Leichtigkeit des Transportes sehen, und das Instrument absichtlich klein bauen will, es ohne Schwierigkeit in sehr beträchtlicher Größe ausführen zu können, wo es alsdann eine große Stärke erhalten kann, und einen Umfang der Töne, soweit das Gehör sie zu bestimmen im Stande ist. Die neuen Resultate der Untersuchungen nöthigen mich, das, was ich vorher, um nichts untergehen zu lassen, über die verschiedenen Bauarten solcher Instrumente niedergeschrieben hatte, nebst den dazu gehörigen Zeichnungen noch einmahl umzuarbeiten. Würden mir die viele darauf verwendete Mühe und Kosten einigermaßen anständig vergütet, so wäre ich bereit, alles ohne Zurückhaltung bekannt zu machen, so aber ist es nach aller Billigkeit noch nicht zu verlangen. In der ersten Hälfte des Jahres 1815 hielt ich mich in Leipzig, Dresden und einigen andern Orten Sachsens auf, und im letzten Winter einige Monate in Berlin, wo ich Vorlesungen über die Akustik, und über die Meteormassen hielt. Gegenwärtig bin ich im Begriffe, eine Reise in einige westlichere Gegenden Deutschlands zu machen.

Da hier eigentlich nur die Absicht war, über die Geschichte meiner akustischen Entdeckungen einiges zu sagen, so bemerke ich, was meine Untersuchungen über die vom Himmel gefallenen Stein- und Eisenmassen betrift, nur soviel, daß ich in einer zu Riga und Leipzig bey Hartknoch 1794 erschienenen Schrift die Physiker zuerst auf diesen Gegenstand aufmerksam gemacht habe, und anfangs, bis die Natur mir durch neuere Ereignisse dieser Art zu Hülfe kam, in Deutschland und in Frankreich viel Unglauben und Widerspruch fand; daß ich auch das neueste und vollständigste Verzeichniß der bisher bekannt gewordenen Niederfälle in Gilberts Annalen der Physik im 7ten Stücke von 1815 geliefert habe. Nächstens gedenke ich eine Fortsetzung dieses Verzeichnisses zu geben, und vielleicht in Jahr und Tag diesen Gegenstand in einer besondern Schrift ausführlicher zu behandeln.

Mehrere sind so gutmüthig gewesen, mich wegen meiner etwas nomadischen Lebensweise zu bedauern, wie ich denn auch würklich nie einen Ruf, am wenigsten einen annehmlichen Ruf zu irgend einer Stelle erhalten habe. Ich finde aber vielmehr, daß dieses weder ein Schade für die Wissenschaft, noch für mich gewesen ist. Wäre ich an einem bestimmten Orte (etwa nur Göttingen ausgenommen, wo man eine so reichhaltige Bibliothek benutzen kann,) angestellt gewesen, so würde ich weder die Akustik, noch die Lehre von den Meteormassen haben gehörig bearbeiten können, weil es dazu schlechterdings erforderlich war, mich erst selbst von allen frühern Beobachtungen und Untersuchungen Anderer möglichst zu unterrichten, und zu diesem Behufe mehrere Bibliotheken zu benutzen; es würde mir auch wohl schwerlich eingefallen seyn, meine erste Schrift über die Meteormassen auszuarbeiten, wenn ich nicht durch eine mündliche Unterredung mit dem trefflichen Lichtenberg Veranlassung dazu erhalten hätte; ich würde auch wahrscheinlich meine beyden Instrumente nicht erfunden haben u. s. w. Was mich selbst betrift, so habe ich auf meinen Reisen weder mich unbehaglich befunden, noch an irgend etwas Mangel gelitten; ich würde auch ohne diese so manche nur durch eigene Beobachtung zu erhaltende Kenntniß und so manchen Genuß haben entbehren müssen, und keine Gelegenheit gehabt haben, Manchen persönlich kennen zu lernen, dessen Freundschaft oder Bekanntschaft einen großen Werth für mich hat. Wenn ich also unter annehmlichen Bedingungen an ei-

nen Ort, wo es mir gefallen kann, einen Ruf erhielte, so würde es Thorheit seyn, ihn ablehnen zu wollen; geschieht es aber nicht, so kann ich mich auch dabey beruhigen und meine etwas nomadische Lebensweise eine Zeitlang fortsetzen, da ich mich (vielleicht eben zufolge meiner Reisen) so gesund und bey Kräften fühle, als jemahls, und mehrere Neigung zur Bewegung und zur Anstrengung, als zur Ruhe und zur Bequemlichkeit in mir verspüre.

Sehr oft bin ich gefragt worden, ob ich denn nicht gesonnen sey, eine Beschreibung meiner Reisen zu liefern. Hierauf antworte ich, daß ich ganz und gar keine Lust dazu habe und es auch für überflüßig halte, da die von mir bereis'ten Gegenden schon hinlänglich bekannt sind. Ich habe deshalb auch nie ein Tagebuch gehalten, und höchstens nur etwa den Tag der Ankunft an einem Orte oder den der Abreise angemerkt, aber doch die vorzüglichsten Personen und Gegenstände alle im Gedächtnisse behalten, manche selbst mit den geringfügigsten Umständen. Wollte ich es so machen, wie manche neueren Reisebeschreiber, und eine Beschreibung meiner Reisen mit Bemerkungen über das Privatleben und die besondern Verhältnisse mancher interessanten Personen, mit Wiedererzählung dessen, was der oder jener etwa im Vertrauen geäußert hat, oder wohl auch etwa mit unbescheidenen Bemerkungen über politische Gegenstände, die mich nichts angehen, würzen, so fände sich wohl Stoff dazu; ich will aber lieber den Vortheil und die sehr zweydeutige Celebrität, welche sich vielleicht dadurch erlangen ließen, entbehren, als mir das Zutrauen verderben, was so Manche, selbst bisweilen bey der ersten Bekanntschaft, mir bezeigt haben. Da ich auf dieses vielen Werth setze, so würde ich von dieser Seite mehr verlieren, als ich auf der andern gewinnen könnte. Nur in dem Falle würde ich mich entschlossen haben, eine Reisebeschreibung zu liefern, wenn mich das Schicksal in Gegenden geführt hätte, die in Hinsicht auf Natur und Menschenkenntniß noch zu wenig bekannt sind.

Geschrieben im Mai 1816.

Erste Abhandlung.

Genauere Untersuchung der Schwingungen einer Quadratscheibe, besonders zur Bestimmung der Schwingungszahlen und ihrer Fortschreitungen.

A

Erster Abschnitt.

Vorerinnerungen und Erklärung einiger Zeichen.

So leicht begreiflich die physikalische Theorie der von mir zuerst im Jahre 1787 bekannt gemachten Schwingungen einer Scheibe ist, so schwierig wird es seyn, in der mathematischen Theorie derselben Fortschritte zu machen, weil es hier darauf ankommt, Gleichungen und Ausdrücke für Flächen, die nach verschiedenen Richtungen auf verschiedene Art gekrümmt sind, zu finden. Wer dieses im völligen Umfange leisten könnte, würde als der Urheber eines ganz neuen Theiles der höhern Analyse anzusehen seyn, wovon bis jetzt noch nicht die ersten Anfangsgründe vorhanden sind, und welche auch auf viele andere Gegenstände anwendbar seyn würde. Die ersten theoretischen Untersuchungen von Jacob Bernoulli beruhten auf unrichtigen Voraussetzungen, und gaben Resultate, die mit der Erfahrung gar nicht übereinstimmten. Seitdem hat anfangs die Kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg, und hernach die Batavische Gesellschaft der Wissenschaften zu Haarlem die Sache zum Gegenstande einer Preisaufgabe gemacht, und späterhin das französische Institut, welches, weil keine Abhandlung erschienen war, die das Verlangte geleistet hätte, die Zeit des Concurses zu wiederholten Malen verlängert, und endlich der einzigen, eine richtige Differentialgleichung und sonst einiges Neue enthaltenden Abhandlung von Demoiselle Germain den Preis zuerkannt hat.

Es mag nun endlich irgend einem und andern der talentvollsten Mathematiker gelingen, oder nicht, (ungefähr so, wie es Daniel Bernoulli und L. Euler in Hinsicht auf die Transversal-Schwingungen gerader Stäbe gethan haben), auf dem Wege der Theorie auf eine vollkommen gnügende Art zu zeigen, daß bey den Schwingungen einer Scheibe die Gestaltveränderungen und die Tonverhältnisse so seyn müssen, wie sie nach der Erfah-

rung wirklich sind, so wird es doch allemal auch nützlich seyn, die Erfahrungen möglichst genau anzustellen und aus deren Vergleichung die Naturgesetze derselben zu finden. Im ersten Falle wird man desto besser die Resultate der Theorie mit den Resultaten der Erfahrung vergleichen können; im andern Falle wird die Erfahrung das einzige Mittel seyn, um die Natur dieser Erscheinungen gehörig kennen zu lernen.

Da eine Quadratscheibe unter allen möglichen Arten von Scheiben die einfachste Gestalt hat, indem die beyden mit einander einen rechten Winkel machenden Dimensionen gleich groß sind, so ist voraus zu sehen, daß man diese eher, als andere Arten von Scheiben, als den Gegenstand theoretischer Forschungen ansehen werde. Aus eben dem Grunde habe ich auch die Schwingungsarten und die Tonverhältnisse derselben so genau, als möglich, durch die Erfahrung zu bestimmen gesucht. Die Angaben, zuerst in meiner Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges, S. 63, und späterhin in meiner Akustik, in der deutschen Ausgabe, §. 116, und in der französischen §. 108, waren für die damalige Absicht, nur eine allgemeine Uebersicht der Schwingungsarten und Tonverhältnisse zu geben, hinreichend genau. Jetzt aber, da die Absicht ist, die verhältnißmäßigen Schwingungszahlen, welche den verschiedenen Bewegungsarten zukommen, und deren Fortschreitungen genau zu bestimmen, war es nicht hinreichend, so wie ich es vorher gethan hatte, einen jeden gehörten Ton mit den Tönen eines Instrumentes zu vergleichen, sondern es war schlechterdings nothwendig, auch jeden irgend einer Schwingungsart zukommenden Ton mit den Tönen andrer Schwingungsarten an derselben Scheibe zu vergleichen, um genau zu erforschen, ob mancher Ton mit einem gewissen andern im Einklange stand, oder ob er die einfache, oder doppelte, oder dreyfache Octave des andern u. s. w., oder ob er vielleicht nur um ein kleines Comma höher, oder tiefer war, so wie diese Vergleichungen in der hernach folgenden vierten Tabelle angegeben sind. Dieses war mitunter sehr schwer, besonders wenn es darauf ankam, zwey sehr verwickelte Schwingungsarten, deren jede einzeln nur mit vieler Mühe und Anstrengung hervorzubringen ist, unmittelbar nach einander hervorzubringen, ohne daß der Eindruck des einen Tones durch irgend einen sich einmengenden falschen Ton gestört ward. Diese Schwierigkeiten habe ich aber doch zu überwinden gesucht, und keine Angabe niedergeschrieben, die ich nicht durch mehr als einmal angestellte Erfahrungen bestätigt gefunden habe. Eine sehr große Schwierigkeit zeigt sich auch in Erlangung größerer Scheiben, die dünn genug und ganz regelmäßig, d. i. überall von gleicher Dicke sind. So lange ich eine und andere solche Scheibe besitze, welches we-

gen der so leichten Zerbrechlichkeit derselben nicht immer der Fall ist, kann ich diejenigen, welche es interessirt, von der Richtigkeit der Angaben in der vierten Tabelle mit Genauigkeit durch die Erfahrung überzeugen, aber an unregelmäßigern Scheiben, wo die Figuren sich gar zu unsymmetrisch und nach der einen Seite zu ganz anders, als nach der andern, zeigen, würde ich die Richtigkeit der Angaben nicht immer viel weiter, als bis etwa auf einen Viertelston verbürgen können.

Die verschiedenen Schwingungsarten einer Quadratscheibe, welche sich, wenn die Figur auch noch so sehr verzerrt ist, allemal auf eine gewisse Zahl von Knotenlinien, die in die Länge, oder in die Quere gehen, reduciren lassen, werde ich, zu Vermeidung unnöthiger Weitläuftigkeit, auf eben dieselbe Art bezeichnen, wie es in meiner Akustik, im 7ten Abschnitte des 2ten Theiles, geschehen ist, nähmlich so, daß ich die Zahl der nach der einen Richtung gehenden Linien von der Zahl der Linien, die nach der andern Richtung gehen, durch einen senkrecht dazwischen gesetzten Strich absondere. So bedeutet z. B. hier 1|1 die Schwingungsart, wo eine Linie in die Länge, die andere in die Quere geht, (Fig. 1.); 3|0 die Schwingungsart, wo drey Linien nach der einen Richtung, aber keine nach der andern vorhanden sind (Fig. 6, a—e), u. s. w.

Diese Zeichen sind aber für die gegenwärtige Absicht nicht hinreichend, weil viele Schwingungsarten bey derselben Zahl von Linien auf zwey wesentlich von einander verschiedene Arten erscheinen können, und etwas verschiedene Töne geben, nachdem die äußeren Linien mehr einwärts, oder mehr auswärts gekrümmt sind, und die Figur im Ganzen mehr concav, oder mehr convex ist. Bey Betrachtung der im folgenden Abschnitte zu gebenden Tabellen wird man finden, daß die Natur diese Schwingungsarten ungefähr so abwechselnd, wie die schwarzen und weißen Felder auf einem Schachbrete, geordnet hat. Bey allen diesen doppelt vorhandenen Schwingungsarten habe ich durch eine unterhalb, oder oberhalb der Zahlen angebrachte Querlinie, (welche gewissermaßen den in den Tabellen quer durch dieses Feld gezogenen Strich vorstellt), angezeigt, ob es die eine, oder die andere dieser Schwingungsarten bedeuten soll. Wenn nähmlich der Strich unterwärts ist, bedeutet es die Schwingungsart, welche den tiefern Ton, und wenn er oberwärts ist, die, welche bey derselben Zahl von Linien den höhern Ton giebt. So bedeutet z. B. $\underline{2|0}$ die Schwingungsart, wo 2 einwärtsgebogene Linien nach einer Richtung vorhanden sind (Fig. 2), und welche einen tiefern Ton gibt, und $\overline{2|0}$ die Schwingungsart (Fig. 3), welche als 2 auswärts gebogene Linien anzusehen ist, und einen höhern Ton giebt. Eben so ist es bey $\underline{3|1}$, Fig. 7,

und $\overline{5|1}$, Fig. 8, ingleichen bey $\underline{4|2}$, Fig. 14, und $\overline{4|2}$, Fig. 15 u. s. w., und überhaupt bey den meisten Schwingungsarten, wo die Summe der nach beyden Richtungen gehenden Linien eine gerade Zahl ist. Zu besserer Uebersicht habe ich diese Bezeichnungsart eben sowohl in den Figuren, als in den hier gegebenen Erklärungen angewendet.

Wenn von irgend einer unbestimmten Zahl von Linien nach einer oder der andern Richtung die Rede ist, bediene ich mich des Zeichens n, so bedeutet z. B. n|o alle die Schwingungsarten, wo irgend eine Zahl von Linien nach der einen Richtung, und keine nach der andern vorhanden ist; n|n alle die Schwingungsarten, wo eben so viele Linien nach der einen Richtung, als nach der andern gehen; n|n — 1 die Schwingungsarten, wo nach der einen Richtung eine Linie mehr, als nach der andern, geht u. s. w.

Wenn bey der Angabe von Tonverhältnissen ein Ton nur um ein weniges höher oder tiefer ist, als der genannte Ton, so wird dieses durch ein hinterdrein gesetztes + oder — angezeigt, eben so, wie es in meiner Akustik geschehen ist. Wenn es nur bisweilen, oder nur an manchen Scheiben bemerkbar war, habe ich es durch Einschließung in Klammern (+) oder (—) angedeutet.

Zweyter Abschnitt.

Ueber die Gesetze der Schwingungen einer Quadratscheibe im Allgemeinen.

Mehrmal habe ich bemerkt, daß so Manche, die an meinen Versuchen über die Schwingungen der Scheiben Interesse gefunden, und auch einige mehr oder weniger gut nachgemacht haben, selbst die einfachsten Begriffe von den Schwingungsgesetzen, worauf sie beruhen, nicht gehörig gefaßt hatten, ohngeachtet ich glauben kann, sie in meiner Akustik eben nicht undeutlich vorgetragen zu haben. Ich halte also nicht für überflüssig, erst manches über die Schwingungsgesetze im Allgemeinen schon gesagte zu wiederholen, ehe ich auf die genauere Untersuchung der Schwingungen einer Quadratscheibe übergehe.

Wenn ein klingender Körper schwingen soll, ist es schlechterdings erforderlich, daß die Theile, in welche er sich eintheilt, im Gleichgewichte stehen, und also im Stande sind, in gleichen Zeiträumen zu zittern. Alle Fälle, in welchen ein solches Gleichgewicht der Theile Statt findet, lassen sich wirklich in der Erfahrung darstellen, und eben so, wie bey den verschiedenen Schwingungsarten die Größen und Gestalten der schwingenden Theile verschieden sind, so hat auch jede Schwingungsart zu der andern ein bestimmtes Verhältniß der Töne, d. i. der Geschwindigkeiten, mit denen diese Schwingungen geschehen. Die Theile, in welche sich ein klingender Körper eintheilt, machen allemahl ihre Schwingungen abwechselnd nach entgegengesetzten Richtungen, so daß, wenn ein Theil diesseits der natürlichen Lage ist, der benachbarte in derselben Zeit sich jenseits derselben befindet, und so umgekehrt, so, daß man sie als entgegengesetzte Größen betrachten und recht füglich durch + und — bezeichnen kann. Der Grund aller Regelmäßigkeit der Klangfiguren, und überhaupt der Eintheilungen und Tonverhältnisse liegt in diesem nothwendigen Gleichgewichte aller schwingenden Theile. Dieses ist aber nicht so zu verstehen, als ob die schwingenden Theile einerley absolute Größe haben müßten, sondern es ist nur ein relatives Gleichgewicht, indem die am Rande liegenden Theile allemal kleiner sind, als Theile, die zwischen festen Gränzen eingeschlossen sind. So z. B. wenn man Fig. 5 betrachtet, wird man finden, daß jeder der mitten an einer Seite befindlichen Theile, nur ungefähr halb so groß ist, als der mittlere Theil, weil sie nach außen frey schwingen; und die Theile an den Ecken haben wieder nur die Hälfte der Größe von diesen, weil sie nach zwey Richtungen frey sind; und so wird man dasselbe auch bey Betrachtung anderer Figuren finden.

Die ruhig bleibenden Gränzen der nach entgegengesetzten Richtungen schwingenden Theile nennt man Schwingungsknoten. Man kann sie sich ungefähr wie den Ruhepunkt eines Hebels, oder Wagebalkens vorstellen. Bey einer Saite, oder bey einem Stabe sind sie als Punkte anzusehen, bey einer Scheibe aber sind es Linien, und können füglich Knotenlinien genannt werden. Diese lassen sich leicht durch aufgestreuten Sand sichtbar machen, welcher von den schwingenden Stellen weggeworfen wird, und auf den Knotenlinien sich anhäuft. Wenn unter dem Sande ganz feiner Staub sich befindet, oder dergleichen (etwa pulvis lycopodii) allein aufgestreut wird, so häuft er sich, wie ich in der Akustik, §. 105, bemerkt habe, nicht nur auf den Knotenlinien an, sondern auch in kleine Klümpchen zusammengeballt auf den Stellen, wo die Schwingungen am weitesten

sind, welche man Mittelpunkte der Schwingungen nennen kann. Diese können rund oder länglich ꝛc. erscheinen, nach Verschiedenheit der Gestalt des schwingenden Theils. Ich habe sie in den Figuren absichtlich nicht mit dargestellt, weil ich es nicht nöthig gefunden habe, da man sich ohnedem eine Vorstellung davon machen kann, und die Figuren allemal reiner erscheinen, wenn man etwas gröberen Sand anwendet, der sich nicht an das Glas anhängt.

Die Knotenlinien nehmen bey manchen Schwingungsarten immer, bey manchen andern aber nur bisweilen eine gewisse Zahl von Biegungen an. Aus der 65sten Figur wird sich am besten ersehen lassen, was ich hier eine halbe, oder eine ganze, oder anderthalbe Biegung u. s. w. nenne. Bey benachbarten Linien nähern sich gewöhnlich die Biegungen gegenseitig einander, und entfernen sich von einander; bisweilen geschieht dieses auch bey zwey Linien, zwischen denen sich eine gerade Linie befindet.

Wo an zwey Linien, oder an Theilen derselben, die Biegungen sich einander nähern, können sie sich auch rechtwinklich durchschneiden, oder auch sich nach der andern Richtung trennen und mit andern Linien verbinden, so, daß zwey, oder mehrere gleichartig schwingende Theile sich mit einander verbinden und einen schwingenden Theil ausmachen können. Der Ton wird hierdurch nicht verändert. In Fig. 66 a habe ich dieses in seinen einfachsten Grundzügen dargestellt. Eben so können auch, wie ich in Fig. 66 b gezeigt habe, zwey von einander abwärts gebogene Linien, oder Theile von Linien, sich mit einander verbinden, und eine Art von Kreis, oder Viereck, mit abgerundeten Ecken bilden, und auch nach der andern Richtung in zwey von einander abwärts gekrümmte Linien, und auch in vielen Fällen in gerade Linien oder Theile von Linien übergehen, ohne Veränderung des Tones. Wenn man sich eben dasselbe an sehr zusammengesetzten Figuren mehreremal auf mannigfache Art wiederholt vorstellt, so liegt hierin der Grund von allen Abänderungen, oder Verzerrungen der Klangfiguren. Bey manchen Schwingungsarten ist eine solche Abänderung, oder Verzerrung der ursprünglichen Gestalt, wenn sie symmetrisch genug erscheint, als die eigentliche regelmäßige Gestalt anzusehen; bey manchen aber, besonders wenn sie nicht symmetrisch erscheint, ist sie als eine Folge von Unregelmäßigkeiten der Scheibe anzusehen, gewöhnlich von ungleicher Dicke derselben an verschiedenen Stellen. Bey manchen Schwingungsarten kann man auch, durch kleine Veränderungen der Stelle des Haltens, machen, daß die Klangfigur auf die eine oder die andere Art erscheint. Von letzterem Falle habe ich ein Beyspiel in Fig. 6, a, b, c, d, e

gegeben, wo alle diese 5 Gestalten als gleichbedeutend anzusehen sind, und eine jede derselben, ohne Veränderung des Tones, durch kleine Verschiedenheiten des Haltens der Scheibe in die andere umgeändert werden kann.

Bey allen Arten von Scheiben, von welcher Gestalt sie auch seyn mögen, haben alle mögliche Klangfiguren Beziehung auf Linien, die quer hindurch gehen, oder Linien, die mit der Circumferenz oder mit Theilen derselben parallel gehen. Wenn die Figuren selbst auch noch so sehr verworren sind, lassen sie sich doch bey gehöriger Anwendung dessen, was in der 60sten Figur gezeigt, und vorher darüber gesagt worden ist, auf Linien dieser Art reduciren, und die Tonverhältnisse aller Schwingungsarten darnach ordnen. So bestehen z. B. alle möglichen Klangfiguren *) einer runden Scheibe aus Diametrallinien und Kreislinien; an einer halbrunden aus Radien und Halbkreisen; an einer Rectangelscheibe, wohin auch Quadratscheiben gehören, aus Linien in die Länge, oder in die Quere, u. s. w.

An einer Quadratscheibe also, als der einfachsten Art von Rectangelscheiben, beziehen sich alle Klangfiguren auf Linien, die mit der einen oder mit der andern Dimension parallel gehen. In den Figuren habe ich allemal die größere Zahl von Linien in die Quere und die andere in die Länge dargestellt. Da beyde Dimensionen einander gleich sind, und es also einerley ist, ob man sich die größere Zahl von Linien nach der einen oder nach der andern Richtung gehend vorstellt, so finde ich zweckmäßig, in den über die Tonverhältnisse dieser Scheiben zu gebenden Tabellen, Tab. V — VIII, das Schema anders einzurichten, als es in meiner Akustik, §. 116 der deutschen Ausg. und §. 108 der französischen, geschehen ist, und jede Reihe von Schwingungsarten, die alle von n|o, oder von der, wo nur nach der einen Richtung Knotenlinien vorhanden sind, anfangen müssen, mit n|a, oder mit der Schwingungsart, wo nach der einen Rich-

*) Zu Vermeidung der Mißverständnisse bemerke ich, daß hier nur von solchen Schwingungsarten die Rede ist, wo die Scheibe als freyschwingend anzusehen ist, und die Theile, vermöge ihrer relativ gleichförmigen Größe mit einander, im Gleichgewichte stehen, nicht aber von solchen nur mit einigem Zwange hervorzubringenden Schwingungsarten, wo irgend ein Theil als fest anzusehen ist. Es gehören also solche Schwingungsarten, wie z. B. die, welche in meiner Akustik in der deutschen Ausgabe §. 117, und in der französischen §. 109 beschrieben, und dort in Fig. 97 und 98 dargestellt sind, nicht hieher, und sind von den Schwingungen einer freyen Scheibe eben so sehr verschieden, wie die Schwingungen eines an dem einen Ende angestemmten Stabes (§. 81 der deutschen Akustik und in der französischen §. 70) von den Schwingungen eines freyen Stabes (§. 82 der deutsch. Ak. u. §. 71 der franz.).

tung so viele Linien, wie nach der andern, gehen, zu endigen. Dieses ist der Regelmäßigkeit, welche die Natur in den Progressionen der Figuren und der Tonverhältnisse zeigt, am angemessensten, es ist auch alsdann nicht nöthig, dieselben Schwingungsarten zweymal zu erwähnen. Wenn man also nach irgend einer Schwingungsart n|n sich n|n+1, z. B. nach 5|5 sich 5|6 vorstellen wollte, so würde man letztere vielmehr als 6|5 ansehen müssen, und es würde als ein Fortschritt in die folgende Reihe von Schwingungsarten anzusehen seyn.

Ein besonders bemerkenswerther Umstand, ohne dessen gehörige Kenntniß sich weder die Klangfiguren, noch die ihnen zukommenden Tonverhältnisse genau bestimmen lassen, ist die wesentliche Verschiedenheit der Schwingungsarten, wo die Summe der Linien, die nach beyden Richtungen gehen, eine gerade Zahl ist, von denen, wo sie ungerade ist. Nur die Schwingungsarten n|n, wo nach der einen Richtung so viele Linien gehen, wie nach der andern, machen hiervon eine Ausnahme.

In den Fällen, wo die Summe der Knotenlinien eine gerade Zahl ist, d. i., wenn nach der einen sowohl, wie nach der andern Richtung eine gerade, oder eine ungerade Zahl von Linien geht; (mit Ausnahme von n|n), sind zwey als verschieden anzusehende Schwingungsarten vorhanden, nachdem die Biegungen der äußern Linien, welche allemahl einer ganzen Zahl, 1, 2, 3, u. s. w. gleich sind, einwärts oder auswärts gehen, und also die Figur bey derselben Zahl von Linien entweder mehr concav, oder mehr convex ist. Im erstern Falle ist allemahl der Ton tiefer, als in dem zweyten. Diese Schwingungsarten (n|n auch in dieser Hinsicht ausgenommen), können schlechterdings an einer regelmäßigen Scheibe nie mit lauter geraden Linien erscheinen; vielmehr sind die Gestalten, wo die meisten Linien am stärksten gekrümmt, oder wohl ganz diagonal gerichtet sind, und welche nach allen Richtungen betrachtet, am meisten symmetrisch sind, als die regelmäßigsten anzusehen. In dem folgenden Abschnitte wird man bey Gelegenheit der Schwingungsarten $\underline{2|0}$ und $\overline{2|0}$ noch einige Bemerkungen hierüber finden.

Wenn die Summe der nach beyden Richtungen gehenden Linien eine ungerade Zahl ist, d. i., wenn nach der einen Richtung eine gerade, und nach der andern eine ungerade Zahl von Linien geht, so ist nur eine Schwingungsart vorhanden, und die Figuren können sich ohne Verschiedenheit des Tones eben sowohl mit lauter geraden, als mit gekrümmten und auf mancherley Art in einander geschlungenen Linien zei-

gen; es läßt sich auch bisweilen eine dieser Gestalten durch kleine Verschiedenheiten der Haltung in die andere umändern, wie ich dieses z. B. in Fig. 6 a bis e gezeigt habe. Die Zahl der Biegungen ist nie eine ganze Zahl, sondern 1½, 2½, 3½ u. s. w., es ist also leicht einzusehen, daß, weil bey den Verzerrungen der Figuren eine Erniedrigung des Tones wegen Concavität an der einen Seite, durch eine Erhöhung desselben wegen Convexität auf der andern Seite würde compensirt werden, unmöglich zwey verschiedene Schwingungsarten auf einer solchen Stufe Statt finden können. Die regelmäßig verzerrten Gestalten sind allemal nur, *in diagonaler Richtung* betrachtet, *symmetrisch*. Noch einige hieher gehörige Bemerkungen werden sich in dem folgenden Abschnitte, III., bey Gelegenheit der Schwingungsart 3|o finden.

In meiner Akustik, und schon in meiner erstern Schrift, habe ich zwar die meisten auf derselben Stufe doppelt vorhandenen Schwingungsarten von einander unterschieden, aber doch nicht alle, weil ich sowohl das Naturgesetz selbst, als auch manche hieher gehörige Schwingungsart noch nicht kannte, und weil ich diese Verschiedenheit als eine mehr zufällige als gesetzmäßige Abweichung von dem eigentlichen Verhältnisse ansah, welches, meiner damahligen Meynung nach, ungefähr zwischen beyden liegen sollte. Auf allen den Stufen, wo die Schwingungsarten doppelt vorhanden sind, habe ich die Felder in den folgenden Tabellen durch einen Querstrich in zwey Hälften eingetheilt, (welches ich aus mancherley Gründen für besser hielt, als die Abtheilung durch einen Längenstrich in der Akustik); die Schwingungsart, welche einen tiefern Ton giebt, und wo die Figur mehr concav ist, habe ich über den Querstrich gesetzt, und die andere, welche einen etwas höhern Ton giebt, und wo die Figur mehr convex ist, unter den Querstrich. In den Figuren sowohl, als in den Erläuterungen, unterscheide ich sie, wie schon bemerkt worden, durch einen kleinen Querstrich unter oder über dem senkrechten Striche.

Ueber die *Tonverhältnisse einer Quadratscheibe* habe ich zwar schon in meiner Akustik, in der deutschen Ausgabe §. 116, in der französischen §. 108, eine Tabelle gegeben; hier aber gebe ich sie genauer an, und füge auch die wahrscheinlichen Zahlenverhältnisse bey, welches ich vorher nicht zu thun im Stande war, theils weil die Beobachtungen damahls noch nicht genau genug waren, theils auch, weil ich die Versuche noch nicht so weit getrieben hatte, als in neuerer Zeit, wo ich die Klangfiguren und Tonverhältnisse bis in die Reihen beobachtet habe, in welchen 9 bis 10 Knotenlinien nach der einen Richtung und auch einige nach der andern vorhanden sind. Die hier an-

zugebenden Tonverhältnisse weichen von den in meiner Akustik gegebenen im Ganzen nur sehr wenig ab; nur bey der einzigen Schwingungsart $\overline{5|1}$ beträgt der Unterschied fast einen halben Ton, indem der verhältnißmäßige Ton näher an c, als an cis ist, welche unrichtige Angabe damahls wahrscheinlich entweder durch einen Schreibfehler, oder durch eine gar zu verschiedene Dicke der damahls angewendeten Scheiben nach der Mitte, oder nach dem Rande zu veranlaßt worden ist.

Von den verhältnißmäßigen Schwingungszahlen war bisher noch gar nichts weiter bekannt, außer, daß die Reihe 2|0, 3|0, 4|0 u. s. w., oder überhaupt n|0, wo nur nach einer Richtung Knotenlinien gehen, mit den Quadraten der ungeraden Zahlen 3, 5, 7, 9 u. s. w. übereinkommen muß, eben so, wie nach Daniel Bernoulli und L. Euler und nach der Erfahrung, die Schwingungen eines freyen Stabes (Akustik, d. Ausg. §. 82, fr. Ausg. §. 71), oder eines elastischen Streifens, bey welchen die Töne von der Länge, aber nicht (oder vielmehr nur sehr wenig) von der Breite abhängen. Da nun, wie schon erwähnt worden, auf allen den Stufen, wo die Zahl der Linien gerade ist, wie bey 2|0, 4|0, 6|0 u. s. w., zwey verschiedene Schwingungsarten vorhanden sind, so lehrt die Erfahrung, daß die, welche den tiefern Ton giebt, und wo die Figur mehr concav ist, oder $\underline{n|o}$, diesem Verhältnisse näher kommt, als die andere, wo der Ton höher und die Figur mehr convex ist; oder $\overline{n|o}$. Die Bestimmung einiger andern Schwingungszahlen, welche ich in meiner Akustik, in der Anmerkung zu der Tabelle über die Tonverhältnisse, nur als Muthmaßung gegeben habe, ist so unvollkommen, daß man sie füglich als nicht vorhanden ansehen kann.

Die Tonhöhe, welche ich hier eben so, wie in meiner Akustik, zum Grunde lege, ist einfacher und natürlicher, als die, welche ich in meiner frühern Schrift angenommen hatte, weil ich hier jedes c als irgend eine Potenz von 2, und das 32füßige c, welches eine Octave tiefer, als das Contra-C ist, als 1 ansehe, und weil auch dabey die Reihe der Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. unverändert bleibt. Um also die Töne aus den Zahlen, oder die Zahlen aus den Tönen ungefähr zu beurtheilen, darf man nur die in der deutschen Akustik §. 25, und in der französischen §. 19 angegebenen Schwingungszahlen eines jeden innerhalb der Octave 1 : 2 enthaltenen Tones so vielemahl mit 2 multipliciren, als nöthig ist. Es versteht sich auch von selbst, daß man die Töne einer Scheibe, sie mögen an sich seyn, welche sie wollen, auf eine solche Tonhöhe transponirt sich denken müsse.

In den Tabellen (Tab. V. bis VIII.) bedeuten die linker Hand befindlichen größern Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w. die Zahl der Knotenlinien nach der einen Richtung, welche ich in den Figuren in die Quere dargestellt habe, und die rechter Hand in diagonaler Richtung befindlichen größern Zahlen 0, 1, 2, 3 rc. bedeuten die Zahl der Knotenlinien nach der andern Richtung, welche ich in den Figuren als senkrecht darstelle. Erstere Zahl setze ich, wie schon bemerkt worden, bey Bezeichnung der Schwingungsarten vor den senkrechten Strich, letztere hinter denselben.

In der fünften Tafel gebe ich die Schwingungszahlen einer Quadratscheibe an, so wie sie sich aus Vergleichungen der Beobachtungen folgern lassen, nebst den so genau, als es mir möglich war, beobachteten Tonverhältnissen, welche ich aus den mannigfaltigen Tönen verschiedener Scheiben alle auf die schon angezeigte Tonhöhe reducirt habe. In der sechsten Tafel zeige ich, wie die meisten Schwingungszahlen theils Producte früher eingetretener Zahlen sind, theils gewisse regelmäßige Progressionen in diagonaler Richtung bilden. Indessen finden in manchen von diesen Schwingungszahlen noch einige mehr oder weniger beträchtliche Schwebungen und Abweichungen Statt, indem die Natur, wie es scheint, die Töne nach andern ebenfalls regelmäßigen Progressionen anzupassen strebt. Die siebente Tafel enthält einen Versuch, die Zahlenverhältnisse der Töne auf andere Art zu bestimmen, und zwar so, daß man sieht, was für Beziehungen ein jeder Ton auf seine Nachbarn hat, und wie bey den Fortschreitungen der Schwingungszahlen die Factoren derselben sich zu verändern scheinen. Die achte Tafel, welche eine Vergleichung der Töne unter sich enthält, und worin bestimmt wird, ob der Ton einer Schwingungsart dem einer andern gleich, oder ob er die einfache oder doppelte Octave des andern u. s. w., oder ob er um ein kleines Comma höher oder tiefer ist, dient zur Bestätigung der in den drey vorhergehenden Tafeln enthaltenen Angaben, und der hernach folgenden Bemerkungen darüber.

Ueber die fünfte Tafel, oder Fig. 75, welche die verhältnißmäßigen Schwingungszahlen einer Quadratscheibe, nebst den beobachteten Tonverhältnissen, enthält.

Bey Vergleichung der hier angegebenen Schwingungszahlen mit den durch die Erfahrung gefundenen Tonverhältnissen wird man bemerken, daß sie so gut übereinstimmen,

als man es nur verlangen kann. Man wird aus diesen Angaben ersehen, daß die Töne der Schwingungsarten, wo nur nach einer Richtung Linien vorhanden sind, oder n|o, so wie es die Theorie lehrt, mit den Quadraten der ungeraden Zahlen: 3, 5, 7, 9 rc. übereinkommen, und daß auf den Stufen, wo zwey Schwingungsarten vorhanden sind, die, welche den tiefern Ton giebt, oder: $\underline{2|o}$, $\underline{4|o}$, $\underline{6|o}$ u. s. w. diesem Verhältnisse näher kommt, als die Schwingungsart, welche den höhern Ton giebt, oder: $\overline{2|o}$, $\overline{4|o}$, $\overline{6|o}$ u. s. w. Ferner wird man sehen, daß die Reihe: $\underline{2|o}$, 2|1, 2|2, einen Umfang von etwas mehr als 1½ Octave; die Reihe von 3|o bis 3|3 einen etwas kleinern Umfang, etwa von einer Octave und einer großen Terz, umfaßt, und daß in den nächstfolgenden Reihen der Umfang immer etwas kleiner wird; daß aber doch, man gehe in Hervorbringung der Schwingungsarten so weit man wolle, der Umfang einer jeden Reihe von n|o bis n|n allemahl etwas über eine Octave beträgt, wobey die Tonhöhe in den erstern Stufen langsamer, sodann aber schneller anwächst.

Eine ganz vollkommen genaue Bestimmung aller Tonverhältnisse läßt sich nicht erreichen, weil manche Verhältnisse an sich immer etwas schwankend sind, und nicht an allen Scheiben sich ganz gleich zeigen; indem man bey den Versuchen mit keinen mathematischen Scheiben, sondern mit physischen Scheiben zu thun hat, und also wegen kleiner Verschiedenheiten und Unregelmäßigkeiten der Gestalt, des innern Gefüges, u. s. w. eben so wenig die strengste Genauigkeit Statt finden kann, wie von einer auf dem Papier gezogenen Linie alles das im strengsten Sinne wahr ist, was sich von einer mathematischen Linie sagen läßt. So sollte nach der Theorie die Dicke einer Scheibe eigentlich nichts weiter zur Bestimmung der Töne beytragen, außer daß sie alle in dem Verhältnisse derselben höher würden, und doch hat die Erfahrung gezeigt, daß z. B. der Abstand von 1|1 zu $\underline{2|o}$ an großen und dünnen Scheiben kleiner und der zu $\overline{2|o}$ größer war, als an kleinern und dickern Scheiben, und daß die Töne von $\underline{2|o}$ und $\overline{2|o}$ nach Verschiedenheit der Größe und Dicke der Scheiben nicht viel über einen ganzen Ton, oder auch um mehr als eine große Terz von einander verschieden seyn konnten. Aus diesem Grunde wäre es auch unnütz gewesen, die Töne vermittelst der Eintheilung eines Monochordes angeben zu wollen; die sichersten Bestimmungen ließen sich vielmehr nicht anders, als durch Vergleichungen der Töne unter sich, wie in der vierten Tabelle, erhalten.

Ueber die sechste Tafel, oder Fig. 76, worin gezeigt wird, wie man die meisten Schwingungszahlen als Producte vorher eingetretener Zahlen ansehen kann, und worin auch die in einigen diagonalen Reihen Statt findenden Progressionen angegeben werden.

Die ungeraden Zahlen, deren Quadrate nach der Theorie und nach der Erfahrung zu Anfange der Reihen (in den Stufen, wo die Schwingungsarten doppelt sind, näher bey $\underline{n|o}$, als bey $\overline{n|o}$) eintreten, greifen nur in den erstern Reihen ganz durch. Außerdem aber sind, so viel ich habe bemerken können, die erstern Töne einer Reihe mehr von der in der vorigen Reihe eingetretenen Zahl abhängig, welche, von der fünften Reihe an, allemahl auf der vierten Stufe vom Ende ihr doppeltes Quadrat giebt, und auf der folgenden Stufe, die doppelt ist, (in $\underline{5|1}$ und $\underline{4|2}$ in dem tiefern und in den übrigen in dem höhern Tone) sich mit der zu Anfange dieser Reihe eingetretenen verdoppelten Zahl zu einem Producte verbindet, welche neue Zahl sodann auf der nächstfolgenden oder vorletzten Stufe mit einer Zahl der (nach Daniel Bernoulli und L. Euler, und auch nach meiner deutschen Akustik §. 81 und 85, und nach der franz. §. 70 und 74) bey mehrern klingenden Körpern vorkommenden Reihe: 5, 9, 13, 17, 21 u. s. w., und hernach auf der letzten Stufe mit einer um 3 größern Zahl zu multipliciren ist. Man erhält also folgende **diagonalen Reihen:**

Wenn N die ungerade Zahl bedeutet, deren Quadrat bey $n|o$ (und wenn n eine gerade Zahl ist, näher bey $\underline{n|o}$, als bey $\overline{n|o}$) eintritt, so ist von $5|2$ an, auf der **vierten Stufe vom Ende**, oder $n|n-3$, jeder Ton $= 2\,(N-2)^2$, es ist also der Ton bey $5|2 = 2.\,7^2$; bey $6|3 = 2.\,9^2$; bey $7|4 = 2.\,11^2$; bey $8|5$ ist er $= 2.\,13^2$, u. s. w. In den Tönen dieser diagonalen Reihe habe ich nirgends eine bemerkbare Abweichung gefunden. So wie in den erstern Reihen überhaupt manches etwas anders ist, als in den folgenden, so tritt das doppelte Quadrat von 5, welches eigentlich in $4|1$ seyn sollte, um einen Schritt zurück, und findet sich im $\overline{4|0}$; und ein doppeltes Quadrat von 3 ist gar nicht vorhanden.

Auf der folgenden Stufe, oder der **dritten vom Ende**, giebt es zwey **Schwingungsarten**, die etwas verschiedene Töne geben. Der **niedrigere**, welcher der Schwingungsart $\underline{n|n}-2$, mit concaver Figur, zukommt, ist, von $\underline{5|3}$ an gerechnet, ungefähr $= (N-2)\,.\,(2\,N-1)$; er ist also bey $\underline{5|3} = 7.\,17$; bey $\underline{6|4} = 9.\,21$; bey $\underline{7|5} = 11.\,25$; bey $\underline{8|6} = 13.\,29$, u. s. w. Der **höhere** Ton der convexen Figur bey $\overline{n|n}-2$

ist, von $\overline{5|3}$ an, das doppelte Product der in der vorigen Reihe eingetretenen Zahl mit der, welche zu Anfange dieser Reihe eingetreten ist, oder 2 (N—2). N; man erhält also für die Schwingungsarten: $\overline{5|3}$, $\overline{6|4}$, $\overline{7|5}$, $\overline{8|6}$ u. s. w. die Schwingungszahlen: 2. 7. 9; 2. 9. 11; 2. 11. 13; 2. 13. 15, u. s. w. In der dritten und vierten Reihe kommt dem niedrigern Tone derselben Stufe, oder $\underline{3|1}$ und $\underline{4|2}$, eben dasselbe zu, was hier vorher von dem höhern gesagt worden ist; es ist nähmlich der Ton von $\underline{3|1}$ = 2. 3. 5, und der von $\underline{4|2}$ = 2. 5. 7.

(Man kann die höhern Töne der dritten diagonalen Reihe vom Ende, oder $\overline{n|n}$ — 2, von $\overline{3|1}$ an, auch als die doppelten Quadrate der geraden Zahlen: 4, 6, 8 u. s. w. ansehen, so daß auf jedes doppelte Quadrat einer ungeraden Zahl das doppelte Quadrat der nächsten geraden Zahl folgt. In der Schwingungsart $\overline{3|1}$ zeigte sich der Ton bisweilen ein wenig höher, als das doppelte Quadrat von 4; in $\overline{4|2}$ schien er ganz genau das doppelte Quadrat von 6 zu seyn; in $\overline{5|3}$ und $\overline{6|4}$ fand ich die Töne um ein weniges niedriger, als die ihnen zukommenden doppelten Quadrate; in $\overline{7|5}$ und $\overline{8|6}$ schienen sie wieder genau damit überein-zustimmen.)

Die in der vorigen Reihe eingetretene Zahl hat nun durch die vorher erwähnte Verbindung mit der in dieser Reihe eingetretenen das Ende ihrer Würksamkeit erreicht, und von da an ist die letztere allein würksam. Sie wird auf der vorletzten Stufe, oder n|n—1, mit einer Zahl der (wie schon erwähnt ist, auch in andern Fällen, und auch hier in der diagonalen Reihe $\underline{n|n}$ —2 von $\underline{5|3}$ an vorkommenden) Zahlenreihe: 5, 9, 13, 17 u. s. w., welche Zahl = 2 N—1 ist, multiplicirt; man erhält also für die Schwingungsarten: 2|1, 3|2, 4|3, 5|4, 6|5 u. s. w. die Töne: 3. 5; 5. 9; 7. 13; 9. 17; 11. 21 u. s. w.

In der letzten diagonalen Reihe, oder n|n, habe ich im Ganzen keine Stetigkeit der Fortschreitungen entdecken können, außer von 4|4 an, indem die 3 ersten Töne dieser Reihe in der Erfahrung viel höher sind, als die zu den übrigen passenden Zahlen: 4, 24, 60. Der erste Ton dieser Reihe, bey 1|1, ist unstreitig im Verhältniß gegen die übrigen Zahlen als 6 oder 2.3 anzusehen; der Ton von 2|2 ist etwas höher als 27, oder die Kubikzahl von 3, und etwas niedriger als 28, oder 4.7; und der von 3|3 ist von der Kubikzahl von 4 oder 64 sehr wenig verschieden, und kann für 65 oder 5.13 gehalten werden. Die folgenden Töne dieser Art, von 4|4, 5|5, 6|6, 7|7 u. s. w. scheinen Producte der anfangs eingetretenen Zahl zu seyn, mit einer Zahl, welche um 3 größer ist, als die,

womit sie auf der vorigen Stufe multiplicirt ward, oder $= N. (2N+2)$; man erhält also $4|4 = 7 \cdot 16$; $5|5 = 9 \cdot 20$; $6|6 = 11 \cdot 24$; $7|7 = 13 \cdot 28$; $8|8 = 15 \cdot 32$, u. s. w.

Man wird also nirgends sehr von der Erfahrung abweichen, wenn man, mit Ausnahme einiger Töne in den ersten Reihen, den Tönen der vier letztern Stufen einer jeden Reihe folgende Werthe in Beziehung auf N, oder die zuerst als Quadrat eintretende Zahl zuschreibt:

bey n|o		bey n|n — 3	bey n|n — 2	bey n|n — 1	bey n|n,
N^2	....	$2(N-2)^2$	$(N-2)(2N-1)$	$2N^2 - N$	$2N^2 + 2N$.
			bey n|n — 2 $2N.(N-2)$ oder $2(N-1)^2$		

Ueber die siebente Tafel, oder Fig. 77.

In dieser Tafel habe ich versucht, die Schwingungszahlen, welche mit denen in der vorigen Tafel theils genau, theils beynahe übereinkommen, in einem so viel als möglich regelmäßigen Zusammenhange darzustellen, und zwar so, daß man sieht, wie bey den Fortschreitungen gewöhnlich ein Faktor sich verändert, während die andern unverändert bleiben.

Manches scheint mehr so wie es in dieser Tafel, manches aber mehr, so wie es in der vorigen angegeben ist, mit der Erfahrung übereinzustimmen. Daß übrigens in beyden Angaben nicht im Allgemeinen, sondern nur in einzelnen Theilen eine Stetigkeit der Fortschreitungen Statt findet, ist noch kein Grund, um eine dieser Ansichten zu verwerfen, da auch an einigen andern klingenden Körpern sich nicht im Allgemeinen, sondern nur theilweise eine Stetigkeit der Fortschreitungen zeigt, wie z. B. an einem Stabe, dessen eines Ende fest und das andere frey ist, und an einer Gabel, wo der erste Ton nicht in die Reihe der folgenden gehört, ingleichen auch an einer runden Scheibe, wo die Progression der ersten Reihe nicht in die Progressionen der übrigen Reihen paßt. Es scheint indessen manches gegenwärtig noch Unbekannte auf die Tonverhältnisse Einfluß zu haben, so daß, wenn man Alles gehörig in Anschlag zu bringen wüßte, die Verhältnisse der Schwingungszahlen sich zwar weniger einfach, aber mit noch mehrerer Regelmäßigkeit und Stetigkeit zeigen würden. Nach dem, was ich hier mit genug Schwierigkeiten vorgearbeitet habe, wird es also Andern immer noch vorbehalten seyn, den in diesen Tafeln enthaltenen Angaben noch

mehrere Genauigkeit zu geben. Sollte aber jemand Schwingungszahlen angeben, die von den hier gegebenen beträchtlich abweichen, so würden sie der Erfahrung widersprechen, und also im Voraus müssen für unrichtig erklärt werden, wenn auch die Art der Bestimmung scheinbar noch so viel für sich haben möchte.

Viele Schwingungszahlen mußte ich hier auf mehr als eine Art in Factoren zerlegen, um sie, so viel es sich thun ließe, mit ihren Nachbarn in horizontaler, senkrechter und diagonaler Richtung in Verbindung zu bringen. Bey manchen Schwingungszahlen paßt die Fortschreitung der Factoren nicht sowohl auf die nächsten, sondern auf eine der folgenden Stufen, mit Uebergehung der dazwischen liegenden, welche aber doch auch auf andere Art mit den übrigen in Verbindung stehen. Dieses findet besonders in den erstern Stufen der horizontalen Reihen Statt, wo die Töne sehr nahe beysammen liegen.

Man wird bey Ansicht dieser Tafel finden, daß gewöhnlich auf den Stufen, wo zwey Schwingungsarten vorhanden sind, die Schwingungszahl des höhern Tones (wo die Figur convex ist) eine bedeutendere Zahl ist, als die des tiefern Tones (mit concaver Figur), und daß es meistens ein Product einer Quadratzahl mit einer andern Zahl ist. Vielleicht ist dieses auch mit ein Grund, warum die meisten Schwingungsarten mit convexer Figur volltönender sind, als die meisten mit concaver Figur. Wenn auf derselben Stufe bey dem tiefern Tone zwey Factoren um die Zahl 2 verschieden sind, so ist der höhere Ton gewöhnlich das Product des Quadrats der dazwischen liegenden Zahl mit demselben dritten Factor. So z. B. stehen auf derselben Stufe: 2. 5. 7 und 2. 6. 6 einander gegenüber, desgleichen: 4. 5. 6 und 5. 5. 5; 4. 5. 7 und 4. 6. 6; 6. 4. 8 und 5. 5. 8; 5. 6. 7 und 6. 6. 6; u. s. w.

Noch manche andere von mir versuchte Arten, die Schwingungszahlen im Zusammenhange zu construiren, übergehe ich, weil mancher Ton, so wie ihn die Erfahrung giebt, nicht recht dazu passen will.

Ueber die achte Tafel, oder Fig. 78.

Diese dient zur Bestätigung dessen, was theils in den vorigen Tafeln enthalten ist, theils hernach über die einzelnen Reihen und über jede der darin enthaltenen Schwingungsarten gesagt werden soll. Sie enthält nähmlich die Beziehungen, in welchen die Töne verschiedener Schwingungsarten nach der Erfahrung auf einander stehen. Die vorausgesetzte Zahl 2 zeigt die Octave an, 2^2 die doppelte, 2^3 die dreyfache, und 2^4 die

fünffache Octave; $\frac{1}{2}$ die tiefere Octave, $\frac{3}{2}$ die Quinte, und 3 die Quinte der Octave. Die Töne der Schwingungsarten $\underline{2|0}$ und $\overline{2|0}$ habe ich zu keinen Vergleichungen angewendet, weil sie gar zu schwankend sind.

Dritter Abschnitt.

Ueber jede einzelne Reihe der Schwingungsarten von n|0 bis n|n, und über die ihnen zukommenden Töne.

Zu einer genauern Kenntniß der in der Erfahrung sich zeigenden Uebereinkunft der Verhältnisse mit den bisherigen Angaben, oder der kleinen Abweichungen von denselben wird es nothwendig seyn, über die einzelnen Reihen der Schwingungsarten und über die ihnen zukommenden Töne noch einiges hinzuzufügen. Manche Verhältnisse zeigen sich nähmlich fast immer genau so, wie sie hier sind angegeben worden; manche aber, besonders einige der ersten und letzten Schwingungsarten in mancher Reihe, sind so schwankend, daß sie sich nicht ganz genau bestimmen ließen, und daß eine Kenntniß dieser Unbestimmtheit nothwendig ist, um nicht in Hinsicht auf andere Verhältnisse in Irrthum zu gerathen.

I. Ueber die Schwingungsart 1|1.

Die Schwingungsart 1|1 ist die einfachste, welche sich auf einer Quadratscheibe hervorbringen läßt, und die, welche unter allen möglichen den tiefsten Ton giebt. Das Tonverhältniß derselben kommt mit der Zahl 6, oder mit 2. 3 überein, wenn man die Quadratzahlen von 3, 5, 7, 9 u. s. w., welche zu Anfange der Reihen eintreten, unverändert lassen, und wenn man die übrigen Tonverhältnisse durch möglichst einfache Zahlen ausdrükken will. Es mußte also in der fünften Tafel, so wie es auch in meiner Akustik geschehen ist, diesem Verhältnisse der Ton G angewiesen werden, da ich jedes c als eine Verdoppelung der Einheit ansehe. Das Tonverhältniß dieser Schwingungsart ist im Allgemeinen

bestimmter, als viele andere; und wenn sich in dem Abstande des Tones derselben von dem Tone einer andern eine Unbestimmtheit zeigt, wie z. B. in dem Verhältnisse gegen $\underline{2}|0$ und $\overline{2}|0$, so ist der Grund mehr in der Schwingungsart, die man damit vergleicht, als in dieser zu suchen.

II. Ueber die Reihe 2|0, 2|1, 2|2.

Nach der gewöhnlichen Theorie sollte 2|0, als die einfachste Schwingungsart dieser Reihe, so beschaffen seyn, daß zwey gerade Linien nach einer Richtung giengen, und die Scheibe ihre Schwingungen so machte, wie ein freyschwingender Stab bey seiner einfachsten Schwingungsart, (Akustik, Fig. 24). Das Tonverhältniß müßte mit 9, als dem Quadrate von 3, übereinkommen. Eine solche Schwingungsart findet aber schlechterdings nicht Statt, sondern die Natur spaltet (Manchen wird es deutlicher seyn, wenn ich sage: polarisirt) diese nur in der Einbildung mögliche Schwingungsart, und giebt an deren Stelle zwey; die eine, Fig. 2, oder $\underline{2}|0$, mit einer einwärtsgehenden, die andere, Fig. 3, oder $\overline{2}|0$, mit einer auswärtsgehenden Biegung der Linien, oder, wie ich mich schon ausgedrückt habe, die eine Figur concav, die andere convex. So wie bey andern Schwingungsarten, wo die Summe der Linien eine gerade Zahl ist, so giebt auch hier die concave Figur einen tiefern, und die convexe einen höhern Ton. Man kann zwar durch einige Veränderung der Haltungsstelle, verbunden mit einem langsamen Striche und stärkeren Drucke des Violinbogens Fig. 2 und Fig. 3 mit vielem Zwange so umändern, daß sich die Linien von einander trennen, ungefähr wie in Fig. 67 und 68, wodurch der Ton von Fig. 2 etwas erhöht, und der von Fig. 3 etwas erniedrigt wird; aber eine gerade Richtung der Linien, verbunden mit einem Tone, der zwischen beyden Extremen die Mitte hielte, und genau mit dem Quadrate von 3 übereinkäme, (mit andern Worten: eine völlige Indifferenz) läßt sich, wenn die Scheibe nur einigermaßen regelmäßig ist, schlechterdings nicht erreichen. Der Abstand der Töne von $\underline{2}|0$, Fig. 2, und $\overline{2}|0$, Fig. 3, ist nicht an allen Scheiben derselbe, und hängt sehr von dem Verhältnisse der Größe und Dicke der Scheibe ab. Wie das Verhältniß der Größe zur Dicke nicht blos auf die Höhe und Tiefe der Töne im Allgemeinen, sondern auch auf Abänderung der Verhältnisse unter sich würken könne, begreife ich nicht; daß es aber bey diesen Schwingungsarten sich so verhält, hat an vielen Scheiben die Erfahrung gelehrt. An kleinern Scheiben war der Abstand von 1|1 zu $\underline{2}|0$ ungefähr eine Quinte (allenfalls eine solche, die etwas unter sich schwebt) und der Abstand von

$\underline{2|0}$ zu $\overline{2|0}$ war nur etwas weniges größer als ein ganzer Ton, und geringer als eine kleine Terz, so daß ich, 1|1 = G gesetzt, den Ton von $\underline{2|0}$ als d oder d—, und den von $\overline{2|0}$ als e oder allenfalls e+ annehmen mußte; aber an Scheiben, die bey derselben geringen Dicke weit größer sind, und tiefere Töne geben, finde ich den Abstand von 1|1 zu $\underline{2|0}$ nur etwa einer verminderten Quinte gleich, und der Abstand von $\underline{2|0}$ zu $\overline{2|0}$ beträgt über eine kleine Terz, und an manchen Scheiben wohl eine große Terz, auch wohl mitunter beynahe eine Quarte, so daß ich an solchen Scheiben den Ton von $\underline{2|0}$ recht füglich als cis und den von $\overline{2|0}$ als f oder wohl gar als f+ oder fis— annehmen könnte. Nach dieser Verschiedenheit sind auch die Abstände dieser im Allgemeinen nie ganz genau bestimmbaren Töne von den Tönen anderer Schwingungsarten zu beurtheilen, daher ich auch nicht für gut gefunden habe, in der achten Tafel irgend ein Verhältniß damit zu vergleichen. Das wahre Verhältniß der Quadratzahl von 3 liegt übrigens näher bey $\underline{2|0}$, als bey $\overline{2|0}$, so wie auch bey andern doppelt vorhandenen Schwingungsarten das mittlere Verhältniß dem tiefern Tone näher zu liegen scheint, als dem höhern. Ich konnte also bey Angabe der Schwingungszahlen in den Tafeln den Ton von $\underline{2|0}$ nicht anders als durch 9—, und den Ton von $\overline{2|0}$ durch 10 oder 10+ bezeichnen. Es scheint nähmlich, daß hier, eben so wie es bey 1|1 mit der Zahl 3 geschehen ist, die Zahl 5 früher durch 2 multiplicirt erscheine, als ihr Quadrat in 3|0 erscheint. Man könnte alsdann auch wohl den Ton von $\underline{2|0}$ als eine Erhöhung von 2 . 4 ansehen.

Das Tonverhältniß von 2|1, Fig. 4, welches unter die bestimmtesten gehört, scheint ein Product der vorher eingetretenen Zahlen 3 und 5 zu seyn, da es mit der Zahl 15 übereinkommt. Von den ihm zukommenden Tone h kommt auch späterhin die erste Octave, die Quinte derselben, nicht die doppelte, wohl aber die dritte, vierte und fünfte Octave vor.

Etwas schwankender ist das Verhältniß von 2|2, Fig. 5. Dieses fällt zwischen $\overline{a}$ und $\overline{b}$, oder zwischen 27 und 28; ich kann also nicht mit Gewißheit bestimmen, ob es die Kubikzahl von 3 mit einiger Erhöhung vorstellen soll, (in welchem Falle die ganze Reihe aus Producten von 3 bestehen würde), oder ob, so wie die Zahlen 3 und 5 zuerst als Producte mit der Zahl 2 erschienen sind, hier eben so die Zahl 7 von dem Quadrate von 2 mit einiger Erniedrigung eingeführt werde.

III. Ueber die Reihe von 3|0 bis 3|3.

Der Ton von 3|0 stimmt nach der Theorie und nach der Erfahrung mit der Zahl 25,

als dem Quadrate von 5 überein. Wenn man sich ihn als eine Erhöhung von 24 oder von 2 . 3 . 4 vorstellen will, so giebt dieses nach der dritten Tabelle eine Fortschreitung zu den folgenden Tönen, bey welcher immer ein Factor um 1 wächst. Diese Schwingungsart dient am besten dazu, um recht deutlich in der Erfahrung zu zeigen, wie die Figuren der Schwingungsarten, wo die Summe der Knotenlinien eine ungerade Zahl ist, ohne Veränderung des Tones auf mancherley Art mit geraden oder krummen Linien erscheinen können, und wie man durch eine kleine Veränderung der Haltungsstelle eine dieser Gestalten leicht in die andere umändern kann. So ist Fig. 6, a, b, c, d, e ganz einerley Schwingungsart, und das Verfahren, um eine dieser Gestalten willkührlich in die andere umzuändern, ist sehr leicht. Um drey gerade Linien, Fig. 6, a, hervorzubringen, halte man, wie in der 69sten Figur gezeigt ist, die Scheibe bey a (in demselben senkrechten Durchmesser, auf welchen bey Fig. 6, c, der Durchschnittspunkt zweyer Linien fällt, und in dem Punkte, durch welchen bey Fig. 6, a, die untere Linie gehen muß), und streiche bey m, welche Stelle sich senkrecht unter der Haltungsstelle befindet. Rückt man mit den Figuren, welche die Scheibe (nicht mit vieler Fläche, sondern mit den äußersten Fingerspitzen) halten, etwas weiter nach innen, und hält bey b, so werden die Linien sich krümmen, wie in Fig. 6, b, und wenn man in dem Durchschnittspunkte zweyer Linien, bey c, hält, welcher sich in der Diagonale der Scheibe befindet, so wird sich Fig. 6, c zeigen. Wenn man alsdann weiter links nach d, und endlich noch weiter nach e rückt und bey n streicht, so wird Fig. 6, d und endlich Fig. 6, e erscheinen, und der Ton wird, wenn man richtig experimentirt, so daß keine andere Schwingungsart sich hineinmengt, immer derselbe bleiben. Eben so wird man durch Rückwärtsrücken der Finger von e durch d, c, b, a die Figur allmählig in die erste Lage wieder zurückführen können. Die Haltungsstellen habe ich in Fig. 69 der Deutlichkeit wegen durch dieselben Buchstaben bezeichnet, wie in Fig. 6 die verschiedenen Abänderungen a, b, c, d, e. Wenn man übrigens Fig. 6, c bis e mit Fig. 66 vergleicht, so wird man sehen, daß eben das, was in Fig. 66 an einer Biegung einer Linie gezeigt ist, in Fig. 6 bey anderthalber Biegung einer jeden Linie Statt findet.

Eine Schwingungsart 3|1 mit lauter geraden Linien ist nicht vorhanden; sondern die Natur zerlegt sie, eben so wie es vorher bey 2|0 gezeigt worden, in zwei verschiedene Schwingungsarten, nähmlich $\underline{3|1}$, Fig. 7, und $\overline{3|1}$, Fig. 8; bey der ersten sind die äußern Linien als einwärtsgebogen, bey der andern als auswärtsgebogen anzusehen. Der Ton von $\underline{3|1}$ ist die höhere Octave von 2|1; er ist also = 30, und es vereinigen sich hier

alle bisher eingetretenen Zahlen 2, 3 und 5 zu einem Producte. Bey $\overline{3|1}$ nimmt die Höhe um mehr als einen halben und weniger als einen ganzen Ton zu, und das Verhältniß fällt zwischen 32 oder $2 \cdot 4^2$ und 33 oder $3 \cdot 11$, welche Zahlen nach der zweyten Tabelle beyde passend sind, und zwar erstere in die diagonale Reihe der doppelten Quadrate der geraden Zahlen, und die zweyte in die Querreihe der Producte von 3.

3|2 kann eben sowohl mit lauter geraden Linien, Fig. 9, a, als auch, besonders wenn die linke obere Ecke angestemmt wird, mit mehr oder weniger getrennten und in diagonaler Richtung wellenförmigen Linien, etwa wie Fig. 9, b erscheinen, ohne Veränderung des Tones, welcher die Quinte von $\underline{3|1}$ und die Quinte der Octave von 2|1, und also = 45 ist.

Der Ton von 3|3, Fig. 10, ist die höhere Octave von $\overline{3|1}$, oder nur um ein kleines Comma niedriger; man kann also 65 oder $5 \cdot 13$ als die verhältnißmäßige Schwingungszahl ansehen, oder auch wohl 64, in welchem Falle man annehmen könnte, daß die vorher in $\overline{3|1}$ in ihrer 5ten Potenz eingetretene Zahl 2 sich hier in der 6ten Potenz zeigte. Die Zahl 63 oder $7 \cdot 9$ scheint etwas zu klein, und die Zahl 66 oder $6 \cdot 11$ etwas zu groß zu seyn, als daß man eine derselben als die verhältnißmäßige Schwingungszahl ansehen könnte. Der Umstand, daß die letzten Töne der vorigen und der gegenwärtigen Reihe, oder 2|2 und 3|3, sich beynahe wie die Kubikzahlen von 3 und 4 verhalten, machte mich anfangs vermuthen, daß vielleicht auch die letzten Töne der folgenden Reihen eine Beziehung auf Kubikzahlen haben könnten, wovon ich aber nichts bemerken kann.

IV. Ueber die Reihe von 4|0 bis 4|4.

4|0 gehört unter die Schwingungsarten, welche sich auf zwey verschiedene Arten zeigen, nämlich als $\underline{4|0}$, Fig. 11, und $\overline{4|0}$, Fig. 12. Bey der ersten sind die äußersten Linien zweymahl einwärts und bey der andern zweymal auswärts gebogen. Man kann sich das hier vierfach vorstellen, was in Fig. 2 und 3 (ingleichen auch in Fig. 66, die geraden Linien ausgenommen) einfach vorhanden ist. Durch einige Veränderung der Haltung kann man zwar die in Fig. 11, a und 12, a sich diagonal durchschneidenden Linien so auseinander zwängen, daß sie wie Fig. 11, b und 12, b erscheinen, aber bis zur Geradheit der Linien und zu einem mittlern Tonverhältnisse (oder bis zur völligen Indifferenz) kann man es nicht bringen. Der Unterschied beyder Töne beträgt ungefähr

einen halben Ton. Das eigentliche Verhältniß, wie das Quadrat von 7, scheint näher bey $\underline{4|0}$, als bey $\overline{4|0}$ zu seyn; es ist also in den Tabellen $\underline{4|0}$ als 48+ oder 49—, und $\overline{4|0}$, welches die höhere Octave von 3|0 ist, und bisweilen auch wohl um ein kleines Comma niedriger war, als 50, oder als das doppelte Quadrat von 5 angesehen worden, welche Zahlen auch zu den Fortschreitungen der folgenden passen.

4|1 kann mit lauter geraden Linien, wie Fig. 13, a, oder auch verzerrt, wie Fig. 13, b, erscheinen. Der Ton ist in beyden Fällen derselbe; er ist um eine Octave höher, als der von 2|2, und kommt am meisten mit der Zahl 55 überein; er scheint also ein Product der vorher schon dreymahl ursprünglich eingetretenen und also hier sehr würksamen Zahl 5 mit der Zahl 11 zu seyn. Man kann ihn auch als 56 oder 7. 8 mit einer kleinen Erniedrigung ansehen, welches ebenfalls in diese Reihe von Tönen paßt.

4|2 erscheint nie mit geraden Linien, sondern entweder concav, $\underline{4|2}$ Fig. 14, oder convex, $\overline{4|2}$ Fig. 15. Der Unterschied beträgt beynahe einen halben Ton. Das Tonverhältniß von $\underline{4|2}$ scheint mir mit der Zahl 70 übereinzustimmen, welche auch als Product von 2 mit den zu Anfange dieser Reihe eingetretenen Zahlen 5 und 7 hieher paßt. Das Verhältniß von $\overline{4|2}$ kann wohl nicht als ein Product von 5 oder von 7 angesehen werden, da es von den nächsten Producten dieser Zahlen zu sehr verschieden ist; es kommt vielmehr mit 72 oder dem doppelten Quadrate von 6 am besten überein. Die Verhältnisse, wie sie hier in $\underline{4|2}$ und $\overline{4|2}$ gegen einander gestellt sind, 70:72 scheinen in der Folge auf andern doppelt vorhandenen Stufen wiederzukehren, nähmlich bey $\underline{6|2}$ und $\overline{6|2}$ in der höhern Octave, bey $\underline{7|3}$ und $\overline{7|3}$ in der Quinte der Octave, und bey $\underline{7|5}$ und $\overline{7|5}$ in der doppelten Octave.

4|3 kann ohne Unterschied des Tones mit lauter geraden Linien erscheinen, Fig. 16, a, oder auch in 7 Diagonallinien aufgelöset, von denen die mittlere gerade ist, und die andern wellenförmig sind, Fig. 16, b. Das Tonverhältniß ist von der nach der zweyten Tabelle sowohl in die Querreihe, als in die diagonale Reihe passenden Zahl 91 oder 7 . 13 nicht zu unterscheiden; es kann aber eben sowohl 90 seyn, wie es in der achten Tafel angegeben ist; da der Ton die ziemlich reine Octave von 3|2 ist, wo die Schwingungszahl 45 war.

Das Tonverhältniß von 4|4, Fig. 17, war sehr schwer zu bestimmen, theils, weil es an sich etwas schwankend ist, theils auch, weil diese Schwingungsart sich fast immer nur mit vieler Mühe hervorbringen ließ. Nach vielen Vergleichungen scheint es mir,

daß der Ton am meisten mit der Zahl 112 oder 7 . 16 übereinstimmt. Den besten Maasstab dafür gab der Ton von $\underline{8|0}$, welcher nur ein wenig niedriger als 225 oder 15^2, und von welchem der Ton von 4|4 die tiefere Octave ist. Die Zahl 108, welche zu manchen Verhältnissen passend wäre, würde zu niedrig seyn.

V. Ueber die Reihe von 5|0 bis 5|5.

Die Schwingungsart 5|0 kann mit 5 wellenförmigen $2\frac{1}{2}$ mahl gebogenen Linien, oder auch so verzerrt, wie Fig. 18, oder auch mit diagonal sich durchkreuzenden Linien erscheinen. Das Tonverhältniß kommt in der Erfahrung eben sowohl, wie nach der Theorie, mit 81 oder dem Quadrate von 9 überein.

5|1 erscheint nie mit lauter geraden Linien, sondern immer so verzerrt, daß die äußern Linien entweder als einwärts, oder als auswärts gebogen anzusehen sind. Die eine dieser Schwingungsarten, $\underline{5|1}$, erscheint gewöhnlich wie Fig. 19, a, oder auch bisweilen so unregelmäßig verzerrt, daß man die Figur von 5|0 schwer unterscheiden kann. Nur an wenigen Scheiben erscheint sie so regelmäßig, wie Fig. 19, b. Die andere Schwingungsart, $\overline{5|1}$, welche sehr schwer hervorzubringen ist, zeigt sich meistens wie Fig. 20. Die Töne dieser Figuren sind um etwas mehr als einen halben Ton verschieden. Dem von $\underline{5|1}$, welcher nur um ein weniges höher ist, als der von 5|0, kann man kein anderes Verhältniß zuschreiben, als 84 oder 7 . 12, da er die tiefere Octave von 7|0, und also von $\frac{13^2}{2}$ nicht bemerkbar verschieden ist. Der Ton von $\overline{5|1}$ ist dem von $\overline{4|3}$ gleich; es kommt ihm also entweder die Zahl 91 zu, welche $= 7 . 13$, oder 90, welche $= 9 . 10$ ist.

5|2 kann sich mit geraden Linien zeigen, wie Fig. 21, a, oder auch so verzerrt, wie Fig. 21, b. Der Ton, welcher in beyden Fällen derselbe ist, scheint mir am meisten mit 99 oder 9 . 11 übereinzustimmen; er könnte auch als 98 oder $2 . 7^2$ etwa mit einer kleinen Erhöhung, oder als 100 mit einer kleinen Erniedrigung angesehen werden. Er ist etwas höher als die Octave von $\overline{4|0}$, und kaum bemerkbar tiefer als die Octave von $\underline{4|0}$.

5|3 ist wieder eine von den Schwingungsarten, welche an einer regelmäßigen Scheibe nie mit geraden Linien können hervorgebracht werden, sondern von der Natur in zwey Schwingungsarten zerlegt werden, nähmlich in eine mit concaver und eine mit convexer Gestalt; Fig. 22 oder $\underline{5|3}$, und Fig. 23 oder $\overline{5|5}$. Der Ton von $\underline{5|3}$ kommt

mit der Zahl 119 oder 120 überein, da er die doppelte Octave von 5|1, und mit 6|0 im Einklange, und also ein wenig niedriger als 11^2 ist. Der Ton von 5|3, Fig. 23, scheint mit der Zahl 125 oder 126 übereinzukommen; er ist ein wenig niedriger als die Octave von 3|3 und als die doppelte Octave von 3|1; er steht mit dem Tone von 6|0 im Einklange.

5|4 läßt sich eben sowohl mit geraden Linien, Fig. 24, a, als in 9 Diagonallinien aufgelöst, Fig. 24, b, leicht hervorbringen. Der Ton, welcher in beyden Fällen derselbe ist, kann für 153, welches = 9.17 ist, oder wohl noch besser, für 150 gehalten werden; er ist ungefähr die Quinte der Octave von 4|0.

Der Ton von 5|5 ist die Octave von 4|3 und von 5|1; man kann ihm also recht füglich die Schwingungszahl 180 zuschreiben, welche eben sowohl für die Querreihe, als für die diagonale Reihe paßt.

VI. Ueber die Reihe von 6|0 bis 6|6.

6|0 kann eben so wenig mit geraden Linien erscheinen, als 2|0 und 4|0, sondern es zerfällt diese Schwingungsart in 6|0 mit drey Einbiegungen der äußern Linien, Fig. 26, a und b, und in 6|0 mit drey Ausbiegungen derselben, Fig. 27. Die Verschiedenheit der Höhe und Tiefe kann etwa einen kleinen halben Ton betragen. 6|0 kann an sehr regelmäßigen Scheiben wie Fig. 26, a erscheinen, außerdem aber wie Fig. 26, b, oder auch auf andere Arten verzerrt; der Ton, welcher dem von 5|3 gleich ist, ist ein wenig niedriger als 121 oder 11^2; ich glaube also nicht zu irren, wenn ich ihn = 120 annehme. 6|0 ist weit schwerer hervorzubringen; wenn die Figur am regelmäßigsten ist, zeigt sie sich wie Fig. 27. Der Ton, welcher dem von 5|3 gleich ist, und etwas höher als 121 oder 11^2 seyn muß, kann füglich = 125 oder 126 angenommen werden. Wenn er = 125 ist, so könnte man annehmen, daß die Zahl 5, welche, außer ihrem Eintritte als Quadratzahl in 3|0, auch in 2|0 als 2.5, und in 4|0 als 2.5^2 eingetreten ist, hier in der dritten Potenz erscheint. Wenn der Ton = 126 oder 9.14 ist, so würde er recht gut zu manchen andern Tönen dieser Reihe passen, die nach der sechsten Tafel als Producte der Zahl 9 angesehen werden können.

6|1 kommt meistens nur schwer und unvollkommen zum Vorschein, so wie überhaupt die Schwingungsarten, wo viele Linien nach einer Richtung gehen und nur eine nach der andern, z. B. 5|1 und noch weit mehr 7|1, welches die letzte solche Schwin-

gungsart ist, die ich mit Mühe hervorgebracht habe, da ich 8|1 nie habe erhalten können. Die regelmäßigste Gestalt von 6|1, die ich gesehen habe, ist wie Fig. 28. Der Ton ist nur sehr wenig höher, als der von $\overline{6|0}$; er ist übrigens etwas schwankend; wenn er nicht = 128 ist, so weiß ich nicht, was er sonst für einen Zahlenwerth haben soll; er ist ungefähr der Octave von 3|3 gleich.

6|2 läßt sich nicht mit lauter geraden Linien hervorbringen, sondern entweder als $\underline{6|2}$ mit zweymahl einwärts gebogenen äußern Linien, Fig. 29, a und b, oder als $\overline{6|2}$ mit zweymahl auswärts gebogenen äußern Linien, Fig. 30, a und b. Der Ton von $\underline{6|2}$ ist in der sechsten Tafel als 135 oder 9. 15 angegeben; an manchen Scheiben zeigt er sich auch würklich so, nähmlich als $\overline{\overline{\overline{\text{cis}}}}$, an manchen andern fand ich ihn etwas höher, so daß ich ihn vielmehr als $\overline{\overline{\overline{\text{cis}}}}$+, und als 140 ansehen konnte, wie es in der siebenten Tafel angegeben ist. Da der Ton der andern Schwingungsart auf derselben Stufe, oder $\overline{6|2}$ als $\overline{\overline{\overline{\text{d}}}}$ allem Ansehen nach = 144 oder 9. 16, oder auch 12^2, und weit beständiger als der vorige ist, so scheint es mir, als ob auf dieser Stufe das schon vorher in $\underline{4|2}$ und $\overline{4|2}$ da gewesene Verhältniß 70:72 in der höhern Octave wieder erschiene.

6|3 kann mit geraden Linien, oder mit etwas gebogenen Linien, wie Fig. 31, a, oder auch am gewöhnlichsten fast an allen Scheiben so regelmäßig verzerrt, wie Fig. 31, b erscheinen. Der Ton ist ungefähr die höhere Octave von 5|0, also = 162, oder vielleicht = 160. Er kann wohl nicht = 165 oder 11. 15 seyn, weil er hierzu nicht hoch genug zu seyn scheint.

$\underline{6|4}$ mit einwärts gebogenen äußern Linien wird durch Fig. 32 dargestellt, und $\overline{6|4}$ mit auswärts gebogenen äußern Linien durch Fig. 33; eine mittlere Figur mit geraden Linien und ein mittleres Verhältniß giebt es nicht. Da für $\underline{6|4}$ unter den übrigen Tönen sich kein schickliches Maaß finden wollte, so verglich ich den Ton mit der ersten Schwingungsart, oder mit 1|1, und fand, daß er von diesem ungefähr die fünfte Octave gab. Diese als 192 ist von der aus der sechsten Tafel sich ergebenden Zahl 189 so wenig verschieden, daß ein so geringer Unterschied bey einem so weiten Abstande der Töne wohl schwerlich sich möchte genau bestimmen lassen, da man ohnedem bey Scheiben nicht immer eine mathematische Genauigkeit annehmen kann. Der Ton von $\overline{6|4}$ kommt mit 198 oder 196 sehr gut überein, und scheint nur ein wenig niedriger als 200 oder 2.10^2 zu seyn; er zeigt sich un-

gefähr als die Octave von 5|2, als die doppelte Octave von $\overline{4|0}$ und als die dritte Octave von 3|0, etwa mit einer kaum bemerkbaren Erniedrigung.

6|5 kann mit lauter geraden Linien, wie Fig. 34, a erscheinen, oder auch als 11 diagonale Linien, von denen die mittlere gerade ist, und die andern wellenförmig sind, Fig. 34, b. Den Ton muß ich durch $\overline{\overline{\overline{\overline{b}}}}$ bezeichnen, er ist mit 8|0 (ich bin nicht im Stande zu bestimmen, ob mehr mit $\underline{8|0}$ oder mit $\overline{8|0}$) im Einklange; er scheint mir zwischen die in den Tabellen angegebenen Zahlen 256 und 231 zu fallen.

6|6 zeigt sich bisweilen mit geraden Linien, wie Fig. 35, a, bisweilen aber auch mit 12 wellenförmigen Diagonallinien, wie Fig. 35, b. Den Ton konnte ich nicht mit völliger Genauigkeit bestimmen; er ist ungefähr die zweyte Octave von 3|3, oder ein wenig höher, und scheint mir zwischen den in den Tabellen angegebenen Zahlen 256 und 264 zu schwanken.

Ehe ich genauere Untersuchungen angestellt hatte, ward ich durch die Uebereinkunft der Schwingungsart $\overline{6|2}$ mit dem Quadrate von 12 und durch einige andere Umstände verleitet, zu vermuthen, daß die Schwingungszahlen dieser mit 11^2 anfangenden Reihe von $\overline{6|2}$ an mit der Folge der Quadrate von 12, 13, 14, 15, 16 übereinstimmen möchten. Dieses widerlegt sich aber schon dadurch, weil der Ton von 6|3 viel zu niedrig ist, als daß man ihn für 169 oder 13^2 halten könnte. Indessen kommen die Töne diesen Verhältnissen sehr nahe.

VII. Ueber die Reihe von 7|0 bis 7|7.

7|0 läßt sich an manchen sehr regelmäßigen Scheiben zu lauter diagonalen, sich rechtwinklich schneidenden Linien verzerrt, wie Fig. 36, a hervorbringen, welche Figur auch ganz oder zum Theil in 7 wellenförmige mit $3\frac{1}{2}$ Biegungen versehene Linien aufgelöset werden kann; am gewöhnlichsten aber erscheint die in Fig. 36, b dargestellte Verzerrung. Der Ton stimmt mit dem nach der Theorie zukommenden Quadrate von 13, oder mit ihm 169 überein. Er ist ungefähr die höhere Octave des Tones von $\underline{5|1}$.

7|1 sollte eigentlich, der Analogie nach, als eine Schwingungsart, bey welcher die Summe der Knotenlinien eine gerade Zahl ist, doppelt vorhanden seyn; ich habe aber nur mit vieler Mühe eine solche Schwingungsart hervorbringen können, und noch dazu sehr unvollkommen, so daß ich keine bestimmte Abbildung davon geben kann, und nicht weiß, ob sie $\underline{7|1}$ oder $\overline{7|1}$ vorstellen soll. Der Ton war nur sehr unbedeutend höher, als der

von 7|0. Ueberhaupt scheint hier die Gränze der möglicher Weise hervorzubringenden Schwingungsarten n|1 zu seyn, weil die schwingenden Theile in Verhältniß der Länge gar zu schmahl werden, welches wahrscheinlich in den folgenden Reihen auch endlich bey der Schwingungsart, wo viele Linien nach einer Richtung von zweyen nach der andern durchschnitten werden, oder n|2 der Fall seyn möchte.

7|2 kann mit geraden Linien erscheinen, ungefähr so, als ob in Fig. 21, a noch zwey Linien mehr in die Quere giengen; an sehr regelmäßigen Scheiben habe ich die Figur auch bisweilen als die in diagonaler Ansicht regelmäßigen Verzerrungen Fig. 37, a und b, gesehen. Der Ton war etwas schwankend und ungefähr wie der von 5|5, oder ein wenig höher, ich kann also nicht mit Gewißheit bestimmen, ob er mehr für 180 oder für 189 zu halten ist.

7|3 ist wieder eine von den Schwingungsarten, welche nie mit geraden Linien, sondern auf zwey verschiedene Arten, nähmlich mit concaver, oder mit convexer Figur können hervorgebracht werden. Die erste dieser Schwingungsarten, oder $\underline{7|3}$ zeigt sich, wie Fig. 38, a oder b; die andere aber, $\overline{7|3}$, wie Fig 39. Der Ton von $\underline{7|3}$ kann, wie es in den Tabellen angegeben ist, als 209 oder 210 angenommen werden, er ist die Quinte von $\overline{6|2}$. Der Ton von $\overline{7|3}$ kommt mehr mit 216, als mit 220 überein, er ist die Quinte von $\overline{6|2}$. Es scheint mir hier das Verhältniß von $\underline{4|2}$ zu $\overline{4|2}$, oder 70:72 in der Quinte der Octave wiederholt zu seyn.

7|4 erscheint an regelmäßigen Scheiben selten ganz oder theilweise mit geraden Linien, sondern gewöhnlich so verzerrt, wie Fig. 40, a und b. Die Angabe des Tones in den Tabellen als 240 oder 242, oder vielleicht 243, wird von der Erfahrung bestätigt, da er mit der Octave von 6|0, und zwar mehr $\underline{6|0}$ als $\overline{6|0}$, übereinkommt.

7|5 ist nicht mit geraden Linien vorhanden, sondern zerfällt in zwey verschiedene Schwingungsarten, nähmlich $\underline{7|5}$ mit einwärts gebogenen, und $\overline{7|5}$ mit auswärts gebogenen Linien; erstere Schwingungsart hat sich immer wie Fig. 41, die andere wie Fig. 42 gezeigt; sie sind an großen und regelmäßigen Scheiben nicht so gar schwer hervorzubringen. Das Tonverhältniß von $\underline{7|5}$ würde nach der sechsten Tafel 275 seyn, es scheint mir aber der Ton ein wenig höher zu seyn, und mehr mit 280, wie es in der siebenten Tafel angegeben ist, übereinzukommen. Der Ton von $\overline{7|5}$ kommt mit 286 oder wohl noch mehr mit 288 überein. Da $\underline{7|5}$ die Octave von $\underline{6|2}$ und die doppelte Octave von $\underline{4|2}$, und $\overline{7|5}$ die Octave

von $\overline{6|2}$ und die doppelte Octave von $\overline{4|2}$ ist, so scheint die Natur hier das vierfache von 70 und 72, welches in $\underline{4|2}$ und $\overline{4|2}$ sich zeigte, zu geben.

7|6 kann eben sowohl mit lauter geraden Linien, wie Fig. 43, als auch in 13 diagonale Linien umgeändert erscheinen, von denen die mittlere gerade ist, die andern aber wellenförmig sind. Der Ton, welcher die Octave von 6|3 ist, kommt mit 320 oder 324 überein.

7|7, welche Figur mit geraden Linien, wie Fig. 43, oder auch zum Theil in wellenförmige Linien aufgelöset erscheinen kann, verhält sich in Ansehung des Tones wie die Zahl 364 oder vielleicht 360.

Da die Zahlen dieser Reihe, mit Ausnahme von 7|0, welche nichts anders als 13^2 ist und seyn kann, ingleichen auch mit Ausnahme der tiefern Töne auf den doppelt vorhandenen Stufen, theils genau, theils etwa mit einer so kleinen Abweichung, daß es durch das Gehör nicht bemerkbar ist, sich als Producte der Zahl 9 zeigen, so kann man wohl annehmen, daß die Zahl 9, welche zu Anfange der zweyten Reihe als Quadrat von 3 erschien, und zu Anfange der fünften Reihe ihr Quadrat gab, und allem Ansehen nach wieder in $\overline{6|0}$ ursprünglich eintrat, ihre Würksamkeit auch auf diese Reihe ausdehnt.

Noch muß ich bemerken, daß die Töne der letzten Schwingungsarten dieser Reihe, oder $\underline{7|5}$, 7|6, 7|7 auch mit den Quadraten von 17, 18 und 19, oder mit 289, 324 und 361 so übereinkommen, daß man sie davon nicht unterscheiden kann.

VIII. Ueber die Reihe von 8|0 bis 8|8.

Auf der Stufe 8|0 giebt es keine Schwingungsart mit lauter geraden Linien, sondern zwey verschiedene Schwingungsarten, $\underline{8|0}$ mit vier einwärts gehenden, und $\overline{8|0}$ mit vier auswärts gehenden Biegungen der äußern Linien. An den regelmäßigsten Scheiben kann $\underline{8|0}$ wie Fig. 44, b, und außerdem wie Fig. 44, a, oder auf andere Arten mit mehr oder weniger getrennten Linien erscheinen, und $\overline{8|0}$, deren Hervorbringung mir weit seltener und mit mehrerer Schwierigkeit gelungen ist, wie Fig. 45, oder auch mit etwas mehr getrennten Linien. Das Tonverhältniß von $\underline{8|0}$ muß nothwendig ein wenig niedriger als 225 oder 15^2 seyn, so daß man die wahre Zahl, welche die Erfahrung giebt, wohl für 224 oder 7. 32 halten könnte, da der Ton die Octave von 4|4 ist. Die Zahl 220, welche als 4. 5. 11 gut zu der bey $\underline{8|2}$ folgenden Zahl 240, oder 4. 5. 12 passen würde, möchte wohl etwas zu niedrig seyn. $\overline{8|0}$ giebt eben denselben Ton, wie 6|5, er ist höher als die Zahl

225; man kann ihn wohl ohne bemerkbaren Irrthum = 231 oder 3.7.11 annehmen; das eigentliche Verhältniß von $\underline{8|0}$ zu $\overline{8|0}$ wäre alsdann, wenn man beyde Zahlen durch 7 dividirt, 32:33.

Eine Schwingungsart 8|1 habe ich nie deutlich hervorbringen können, so wie sich auch wohl 9|1, 10|1 u. s. w. nicht wird hervorbringen lassen, man müßte denn manche undeutliche Verzerrungen von 8|0, 9|0 u. s. w. dafür halten wollen.

8|2 ist auf zwey verschiedene Arten vorhanden, nähmlich als $\underline{8|2}$ mit dreymahl einwärts gebogenen, und $\overline{8|2}$ mit dreymahl auswärts gebogenen äußern Linien. Die erste, oder $\underline{8|2}$, erscheint an den regelmäßigsten (d. i. überall gleich dünnen) Scheiben, wie Fig. 46, die andere, oder $\underline{8|2}$, wie Fig. 47. An weniger regelmäßigen Scheiben waren die Figuren gewöhnlich so verzerrt, daß ich nicht wußte, ob die Figur $\overline{8|2}$ oder 8|3 vorstellen sollte. Die Tonverhältnisse dieser Figuren fand ich sehr schwankend; $\underline{8|2}$ gab einen Ton, welcher *ungefähr* den von 7|4 und der Octave von $\underline{5|3}$ oder von $\underline{6|0}$ gleich war, und also etwa zwischen 240 und 245 schwanken mochte. Der Ton von $\overline{8|2}$ war etwas höher und *ungefähr* die Octave von $\overline{5|3}$ und von $\overline{6|0}$, oder allenfalls ein wenig niedriger, er schien mir etwa zwischen 245 und 250 zu schwanken.

8|3 habe ich nur selten theilweise mit geraden Linien, gewöhnlich aber an den regelmäßigsten Scheiben, wie Fig. 48, a, b, c verzerrt gesehen. Der Ton war ungefähr wie bey 6|6, und von der Zahl 260 nicht zu unterscheiden.

8|4 läßt sich auf zwey verschiedene Arten hervorbringen, nähmlich als $\underline{8|4}$, Fig. 49, und $\overline{8|4}$, Fig. 50. Der Ton von $\underline{8|4}$ ist von dem Tone der Schwingungsart $\overline{7|5}$ nicht zu unterscheiden, und kann also, eben so wie dieser, als 286 oder 288 angenommen werden; wie denn auch, wenn man die Untersuchungen an viel größern Scheiben weiter fortsetzen will, eine solche Berührung zweyer benachbarten Reihen, oder Uebereinkunft eines höhern Tones einer doppelt vorhandenen Stufe mit einem niedrigern auf einer ebenfalls doppelten Stufe der folgenden Reihe, (so daß wenigstens das Gehör keinen Unterschied wird bemerken oder bestimmen können) auch bey $\overline{9|5}$ und $\overline{8|6}$; bey $\underline{10|6}$ und $\overline{9|7}$; bey $\underline{11|7}$ und $\overline{10|8}$ u. s. w. Statt finden wird. Der Ton von $\overline{8|4}$ zeigt sich ungefähr als die Quinte von $\overline{6|4}$, und kaum merklich niedriger als die Octave von 5|4; die Schwingungszahl scheint also ein wenig kleiner als 300 zu seyn.

8|5 erschien gewöhnlich verzerrt wie Fig. 51. Der Ton ist die Octave von 7|0, er kann also füglich = 338 oder vielleicht 336 angenommen werden.

8|6 kann auf zweyerley Arten hervorgebracht werden; $\underline{8|6}$, Fig. 52, und $\overline{8|6}$, Fig. 53. Die Töne von $\underline{8|6}$ und $\overline{8|6}$ sind ungefähr die Octave von $\underline{6|4}$ und $\overline{6|4}$, es kann also der erstere um etwas höher als 377 (wie in der sechsten Tafel, oder vielmehr als 384 (wie in der siebenten Tafel) angenommen werden, und der andere als 390 oder 392. Merkwürdig ist bey dieser Uebereinkunft mit der Octave von $\underline{6|4}$ und $\overline{6|4}$, daß 3|2, Fig. 9 b, durch deren viermahlige Zusammensetzung auf zwey verschiedene Arten $\underline{6|4}$ und $\overline{6|4}$ entstehen, ebenfalls die Octave von 4|3, Fig. 16, b ist, durch deren verschiedene Zusammenstellung an vier Scheiben die Gestalten von $\underline{8|6}$ und $\overline{8|6}$, Fig. 52 und 53, entstehen; daß also hier die Grundfiguren gegen einander dasselbe Tonverhältniß haben, wie die durch deren viermahlige Zusammensetzung zu bildenden Figuren.

8|7 kann mit geraden Linien, oder auch als 15 Diagonallinien erscheinen, von denen die mittlere gerade ist, die andern aber wellenförmig sind. Der Ton ist die Octave von $\overline{7|5}$, und also mit den in den Tafeln angegebenen Zahlen 435 oder 432 übereinstimmend.

8|8 hat sich bisweilen mit geraden Linien, die mit den Seiten parallel waren, gezeigt, bisweilen auch als 16 wellenförmige Diagonallinien. Der Ton ist ungefähr die Octave von 7|4 und die doppelte Octave von $\underline{6|1}$ und von $\underline{5|3}$; er läßt sich also von der in den Tafeln angegebenen Zahl 480 nicht unterscheiden. Die Figuren von 8|7 und 8|8 habe ich nicht mit abgebildet, weil man sich aus den vorigen ohnedem eine Vorstellung davon wird machen können. Die letzten Töne dieser Reihe, von $\overline{8|6}$, 8|7 und 8|8, kommen auch den Quadraten von 20, 21, 22 sehr nahe.

IX. Ueber einige Töne der neunten und der folgenden Reihe.

Bey 9|0 hat jede Linie $4\frac{1}{2}$ Biegung; der Ton ist $= 289$ oder 17^2, und ungefähr ebenderselbe, wie bey $\overline{7|5}$ und $\overline{8|4}$.

Eine Schwingungsart 9|1 ließ sich nicht hervorbringen.

9|2, Fig. 54, giebt einen Ton, welcher niedriger ist, als der von 7|6 oder als die Octave von 6|3, und höher als die Octave von 5|4. Ich kann ihn nach dem Gehöre nicht anders als durch $\overset{\equiv}{e}$ — bezeichnen, und es scheint mir, als ob er am besten mit 315, welches $= 15 \cdot 21$ ist, übereinkomme.

9|3 ist wieder eine von den Schwingungsarten, die auf derselben Stufe doppelt vorhanden sind, nähmlich $\underline{9|3}$ mit einwärts gehenden Biegungen, Fig. 55, a und b,

und $\overline{9|3}$ mit auswärts gehenden Biegungen der äußern Linien, Fig. 56. Der Ton von $\underline{9|3}$ ist ungefähr derselbe, wie von 8|5, oder ein wenig niedriger, er kann also etwa = 330 oder 336 angenommen werden. Der von $\overline{9|3}$ ist ein wenig höher, es ist also der Erfahrung nicht zuwider, wenn man ihn etwa = 345 oder 343 setzt; denn die Zahl 350 scheint etwas zu groß zu seyn. $\underline{9|3}$ war an großen und regelmäßigen Scheiben leicht hervorzubringen, $\overline{9|3}$ aber schwerer.

9|4 habe ich wie Fig. 57 gesehen. Der Ton war ungefähr dem von 7|7 gleich, er kann also wohl als 360 angenommen werden.

9|5 kann auf zweyerley Arten erscheinen, nähmlich als $\underline{9|5}$, Fig. 58, und $\overline{9|5}$, Fig. 59. Beyde Figuren habe ich an zwey verschiedenen Scheiben ganz genau so erhalten, wie sie in den Abbildungen dargestellt sind. Der Ton von $\underline{9|5}$ war dem von $\overline{8|6}$ gleich, also etwa 390 oder 392; der von $\overline{9|5}$ war ein wenig höher, so daß er füglich = 400 oder 405 angenommen werden kann.

Die jetzt erwähnten Schwingungsarten $\underline{9|5}$ und $\overline{9|5}$ waren die äußersten in dieser Reihe, deren Hervorbringung mir die Größe der angewendeten Scheiben verstattete. 9|6 konnte ich an diesen Scheiben nie erreichen; ich bin auch nicht im Stande, die verzerrte Gestalt zu bestimmen, in welcher diese Schwingungsart erscheinen möchte; der Ton aber muß ungefähr = 450 seyn. Von $\underline{9|7}$ und $\overline{9|7}$ habe ich die Gestalten, welche ich nicht gesehen habe, in Fig. 63 und 64 ungefähr so dargestellt, wie sie der Analogie gemäß seyn müssen. 9|8 und 9|9 werden sich an größern Scheiben geradlinig, oder auch als 17 und 18 wellenförmige Diagonallinien zeigen können.

Ich füge als eine Fortsetzung der fünften und sechsten Tafel die Tonverhältnisse der Reihe von 9|0 bis 9|9 in Fig. 79 und 80 hinzu, und zwar bis 9|5, so wie sie mit meinen Beobachtungen übereinstimmen; die übrigen aber, welche ich nicht beobachtet habe, so wie sie sich der Analogie nach an größern Scheiben, als die meinigen waren, werden zeigen können.

Die siebente Tafel setze ich nicht fort, weil ich nicht alle Töne dieser Reihe beobachtet habe, und auch einige der beobachteten wegen der so beträchtlichen Höhe derselben sich nicht mit vollkommener Genauigkeit bestimmen ließen, und ich also wegen einiger Angaben in Ungewißheit bin. In der achten Tafel sind die Uebereinstimmungen der Töne mit andern, so gut sie sich bey der beträchtlichen Höhe, und bey der Schwierigkeit sie hervorzubringen, und mit andern zu vergleichen, beobachten ließen, bis 9|5 angegeben; was die übrigen Töne dieser Reihe betrifft, so läßt sich voraussehen, daß der Ton von 9|6 ungefähr die Octave

von 8|0, der von 9|7 die doppelte Octave von 5|3; der von 9|7 die doppelte Octave von 6|1; der von 9|8 die Octave von 7|5 oder vielleicht 7|5, und der von 9|9 die doppelte Octave von 5|4 seyn werde.

Da auch einige Schwingungsarten der 10ten Reihe mir mehreremahl vorgekommen sind, so habe ich deren Gestalten auch abgebildet, nähmlich in Fig. 60 eine merkwürdige Gestalt von 10|3, welche eine Erweiterung des Musters ist, zu welchem Fig. 6, c, 37, b, und 48, c gehören; ferner in Fig. 61 eine mir oft erschienene Gestalt von 10|4, und in Fig. 62 eine, deren Ton nur wenig höher war, als bey Fig. 61, und bey der ich zweifelhaft bin, ob ich sie für eine Abart von 10|4, oder für 10|4 halten soll.

Diese sehr mühsamen Untersuchungen würde ich an noch größern Scheiben noch weiter zu treiben gesucht haben, wenn nicht die hier angegebenen Resultate hinreichend wären, um wenigstens im Allgemeinen die Gesetze, nach welchen sich die Fortschreitungen der Gestalten und der Töne einer Quadratscheibe richten, kennen zu lernen, und um viele Verhältnisse auch in den folgenden Reihen im Voraus so zu bestimmen, daß das Gehör keine Abweichung davon wird bemerken können.

Vierter Abschnitt.

Ueber die Verhältnisse der Gestalten in einigen diagonalen Reihen und über deren verschiedene Beschaffenheit des Klanges.

In jeder diagonalen Reihe (so wie sie bey Gelegenheit der zweyten Tabelle im zweyten Abschnitte erwähnt worden sind, oder von der letzten Reihe an gerechnet, n|n, n|n—1, n|n—2, u. s. w.) findet eben sowohl eine Progression gleichartiger Gestalten, als eine bestimmte Progression der Töne Statt. Jede diagonale Reihe zeigt sich auch in Hinsicht der Würkung auf das Gehör *) auf eine verschiedene Art; die Töne

*) Dieser verschiedene Charakter der Klänge oder die verschiedene Beschaffenheit derselben in Hinsicht ih-

in mancher Reihe sind stärker und volltönender, die in mancher andern aber schwächer und spitziger. Im Allgemeinen kann man sagen, daß das erstere mehr bey convexen Klangfiguren, besonders wenn das Innere von Knotenlinien umschlossen ist, wie z. B. in Fig. 3, 5, 12, a; das andere aber mehr bey concaven Klangfiguren, und wo in der Mitte sich linien schneiden, wie z. B. in Fig. 1, 2, 7 Statt findet. Noch eine Verschiedenheit, die mit dieser nichts gemein hat, ist die, daß manche Schwingungsarten mit Leichtigkeit und bey gehöriger Genauigkeit des Haltens und Streichens mit vielem Nachhalle erscheinen; andere aber, wenn man auch noch so genau verfährt, nur mit Zwange und ohne Nachhall, wie z. B. Fig. 6, b, 9, b, 11, b, und überhaupt alle Figuren, wo man an keiner Stelle halten kann, wo zwey Knotenlinien sich schneiden, sondern nur auf einer Knotenlinie; es werden nähmlich durch eine solche Haltung auf einer Linie, die eigentlich gar keine Breite hat, und nur als eine mathematische linie anzusehen ist, die Schwingungen der benachbarten Theile etwas gehindert, wenn das Halten auch mit so weniger Fläche der Finger, als möglich, geschieht. Auch gehören hieher manche an sich schwer hervorzubringenden Schwingungsarten, wie z. B. Fig. 20, 28, rc.

Da in den letztern diagonalen Reihen der Schwingungsarten n|n, n|n — 1, n|n — 2, u. s. w. sich die meiste Regelmäßigkeit in den Fortschreitungen der Klanggestalten zeigt, so werde ich in dem, was hierüber zu sagen ist, von der letzten, oder n|n, anfangen, und von da weiter vorwärts gehen.

Alle Schwingungsarten, bey denen die Zahl der Knotenlinien nach der einen Richtung der nach der andern Richtung gleich ist, oder n|n, können sich mit lauter geraden linien

---

rer Würkung auf das Gehör (wofür man im Französischen das Wort: timbre hat) sind etwas, dessen innere Natur wir eigentlich gar nicht kennen, und zu dessen Kenntniß uns noch ganz und gar die Mittel fehlen. Wenn wir z. B. bemerken, daß zwey aus verschiedenen Materien bestehende klingende Körper bey einerley Gestalt, Schwingungsart, Stärke des Klanges u. s. w. eine verschiedene Würkung auf das Gehör äußern, so wissen wir nicht, in was für kleinen Verschiedenheiten der Bewegung, oder überhaupt dessen, was in dem klingenden Körper und in der den Schall leitenden Materie vorgeht, der Grund von diesen verschiedenen Würkungen liege. Es geht uns damit, wie mit manchen andern qualitativen Verschiedenheiten der Dinge, die wir nicht im Stande sind, auf quantitative Verhältnisse zurückzuführen, z. B. wenn wir die Gründe angeben wollten, warum Eisen und Kupfer sich in ihren chemischen und andern Eigenschaften so verschieden zeigen, da doch ihre specifischen Schweren sowohl, wie auch nach Hauy die Grundformen der kleinen Theile so wenig verschieden sind. Wir sind gewiß der Wahrheit weit näher, wenn wir so lange, bis uns vielleicht einmahl die Natur ein Mittel darbietet, um hierin zu mehrern Kenntnissen zu gelangen, unsere Unwissenheit geradezu eingestehen, als wenn wir uns durch leere Vorstellungsarten und Worte befriedigen lassen.

zeigen, die mit den Seiten parallel gehen. Diese Linien können sich aber auch in ihren Durchschnittspunkten trennen und mit andern Linien verbinden, so daß entweder die ganze Figur, oder ein und anderer Theil derselben sich in diagonale, wellenförmige Linien umändert, deren Biegungen sich abwechselnd einander nähern und von einander entfernen, wie ich dieses z. B. an 6|6, Fig. 35, a und b gezeigt habe. Die Zahl der diagonalen, wellenförmigen Linien ist allemahl gerade, und der Summe der nach der einen und nach der andern Richtung gehenden Linien gleich, z. B. 1|1 giebt 2, 2|2 giebt 4, 3|3 giebt 6 wellenförmige Diagonallinien, u. s. w.

An den Schwingungsarten, wo nach der einen Richtung eine Linie mehr ist, als nach der andern, oder $n|n-1$, findet ganz ebendasselbe Statt, was ich so eben von den Schwingungsarten $n|n$ gesagt habe, nur mit dem Unterschiede, daß eine ungerade Zahl von Diagonallinien vorhanden ist, und daß die mittlere Linie gerade seyn kann, die andern aber wellenförmig sind. So giebt 2|1 drey diagonale Linien; 3|2, Fig. 9, a und b, giebt deren 5; 4|3, Fig. 16, a und b, giebt deren 7; 5|4, Fig. 24, a und b, giebt 9 Diagonallinien, u. s. w.

In der dritten Reihe vom Ende, wo die Zahlen der Knotenlinien nach der einen und nach der andern Richtung um 2 verschieden sind, oder $n|n-2$, sind, wie schon vielfach bemerkt worden ist, zwey verschiedene Schwingungsarten vorhanden, bey welchen in den Fortschreitungen der Gestalten sich ein merkwürdiges Gesetz zeigt. Nähmlich auf jeder Stufe, wo sowohl nach der einen, als nach der andern Richtung eine gerade Zahl von Linien geht, erhält das, was auf der vorgehenden solchen Stufe war, noch eine Umgebung mehr; und auf jeder Stufe, wo sowohl nach der einen, als nach der andern Richtung eine ungerade Zahl von Linien geht, erscheint ebendasselbe, was sich auf der nächstvorhergehenden Stufe mit geraden Zahlen von Linien befand, noch mit einem parallel mit den Seiten gehenden Kreuze durchschnitten; wobey sich von selbst versteht, daß die Theile, durch welche dieses Kreuz geht, um so viel größer werden, und die übrigen Theile seitwärts in so weit nachgeben, als zu einer gleichförmigen Größe der schwingenden Theile erfordert wird. So zeigt sich in $\underline{2|0}$, Fig. 2, ein diagonales Kreuz, und in $\overline{2|0}$, Fig. 3, ein Viereck mit abgerundeten Ecken, und in $\underline{3|1}$ und $\overline{3|1}$, Fig. 7 und 8, erscheint eben dasselbe noch mit einem Kreuze, oder mit 2 hindurchgehenden, mit den Seiten parallelen Linien; in $\underline{4|2}$ und $\overline{4|2}$, Fig. 14 und 15, fällt das Kreuz weg, und es erscheint ebendasselbe, was in $\underline{2|0}$ und $\overline{2|0}$ war, mit noch einer Umge-

bung, (und in 4|2 noch mit einem Kreise inwendig), und in 5|3 und 5|3, Fig. 22 und 23 kommt zu dem, was in 4|2 und 4|2 war, noch ein Kreuz hinzu; in 6|4 und 6|4, Fig. 32 und 33, fällt das Kreuz weg, und es zeigt sich in Verhältniß gegen 4|2 und 4|2 noch eine Umgebung mehr, und in 7|5 und 7|5, Fig. 41 und 42, ist ebendasselbe noch von einem Kreuze durchschnitten; in 8|6 und 8|6, Fig. 52 und 53 ist wieder eine Umgebung mehr, ohne Kreuz, es ist also zu erwarten, daß 9|7 und 9|7, welche ich nicht hervorgebracht habe, weil meine Scheiben hierzu nicht groß genug waren, ebendasselbe, was sich in 8|6 und 8|6 zeigt, noch von einem Kreuze durchschnitten, enthalten müssen, ungefähr wie ich es in Fig. 63 und 64 dargestellt habe, und so wird man sich auch von den folgenden Figuren dieser Reihe leicht eine Vorstellung machen können.

In der vierten diagonalen Reihe vom Ende, oder n|n—3, zeigt sich in den Figuren, wenn sie nicht geradlinig erscheinen, etwas mehr Verzerrtheit, so daß man wohl schwerlich irgend eine würde im Voraus genau bestimmen können. Indessen kommen sie alle darin überein, daß in allen eine Linie diagonal von einer Ecke zur andern geht, und daß in einer mit dieser parallelen Richtung so viele meistens sehr gekrümmte Linien sich zeigen, als die Summe der Linien überhaupt beträgt, und in der andern diagonalen Richtung eine Linie weniger, wenn man alle Verzerrungen auf die in der 66sten Figur gezeigte Art beurtheilt.

Die fünfte diagonale Reihe vom Ende, n|n—4, oder 4|0, 5|1, 6|2, 7|3, 8|4, u. s. w., wo wieder auf jeder Stufe sich zwey verschiedene Schwingungsarten zeigen, hat viele Analogie mit der dritten Reihe n|n—2, indem das, was sich auf einer Stufe zeigt, wo sowohl nach der einen, als nach der andern Richtung eine gerade Zahl von Linien geht, auf der folgenden mit einer ungeraden Zahl von Linien nach jeder Richtung versehenen Stufe von einem parallel mit den Seiten gehendeu Kreuze durchschnitten wird, und auf der nächst folgenden Stufe mit Wegfallung des Kreuzes wieder einen andern Zuwachs erhält, worauf diese neue Figur auf der hernach folgenden Stufe wieder von einem Kreuze durchschnitten wird u. s. w. So wird man finden, daß Fig. 19, b, oder 5|1 nichts anders ist, als 4|0, Fig. 11, a, noch von einem Kreuze durchschnitten, und daß Fig. 20, oder 5|1, wiewohl mit weit mehrerer Verzerrung, Beziehung auf die von einem Kreuze durchschnittene, in Fig. 12 (mehr in b, als in a), dargestellte Gestalt von 4|0 hat. In Fig. 29, a und b, oder 6|2, zeigt sich, mit Wegfallung des in 5|1 vorhandenen Kreuzes ganz genau das wieder, was in 4|0 oder Fig. 11, a und b,

war, aber noch von 2 geraden Linien nach jeder Richtung durchschnitten. Ebendasselbe zeigt sich auch, wenn man Fig. 30 (noch mehr a als b), oder $\overline{6|2}$, mit Fig. 12 (mehr b als a), oder $\overline{4|0}$, vergleicht. In $\underline{7|3}$ und $\overline{7|5}$, Fig. 38 und 39, kann man, wiewohl mit sehr vieler Verzerrung, das Wesentliche von dem, was in Fig. 29 und 30 enthalten ist, von einem Kreuze durchschnitten wiederfinden. $\underline{8|4}$ und $\overline{8|4}$, oder Fig. 49 und 50, enthalten wieder mit aller Genauigkeit das, was sich in $\underline{4|0}$, oder Fig. 11, a, und in $\overline{4|0}$, oder Fig. 12, a, zeigte, nur mit dem Unterschiede, daß sich in jedem Vierecke noch eine Art von Kreis befindet, und wenn man Fig. 58, oder $\underline{9|5}$, und Fig. 59, oder $\overline{9|5}$, damit vergleicht, so wird man finden, daß diese nichts anders sind, als die noch von einem Kreuze durchschnittenen Gestalten von $\underline{8|4}$ und $\overline{8|4}$, oder Fig. 49 und 50. Eben so würde man, wenn man die Gestalten von $\underline{10|6}$ und $\overline{10|6}$ kennt, sich auch leicht die Gestalten von $\underline{11|7}$ und $\overline{11|7}$ vorstellen können, ohne sie gesehen zu haben.

In den übrigen diagonalen Reihen bin ich nicht im Stande, die Fortschreitungen der Gestalten unter gewisse Regeln zu bringen.

Was den eigentlichen Charakter des Klanges der verschiedenen Schwingungsarten betrift, so zeigt sich ein auffallender Unterschied in dem Klange der verschiedenen diagonalen Reihen. Um auch hier von der letzten Reihe, oder n|n, anzufangen, zeigt sich der erste Ton derselben, oder 1|1, Fig. 1, spitzig und schwach, unstreitig, weil das Innere der Scheibe sich nicht bewegt, und nur 4 nach außen sich erstreckende schwingende Theile vorhanden sind; der zweyte Ton aber, oder 2|2, Fig. 5, ist sehr volltönend, unstreitig, weil das Innere der Scheibe sich mit bewegt, und mit den äußern schwingenden Theilen auf sehr gleichförmige Art im Gleichgewichte ist; und so sind auch die übrigen Töne dieser Reihe, z. B. 3|3, 4|4 u. s. w. ziemlich voll und stark. In der vorletzten Reihe, oder n|n — 1, klingt die erste Schwingungsart, oder 2|1, Fig. 4, ziemlich spitzig und schwach, aus eben dem Grunde, wie 1|1, die übrigen aber klingen etwas voller, wiewohl, wie es mir scheint, etwas weniger, als manche Töne der vorher erwähnten Reihe. Die Reihe n|n — 2, wo alle Stufen doppelt vorhanden sind, zeigt einen auffallenden Unterschied der Würkung auf das Gehör bey Schwingungsarten, wo die Figuren mehr concav sind, oder $\underline{n|n}$ — 2, und denen, wo sie mehr convex sind, oder $\overline{n|n}$ — 2; die erstern geben durchaus einen schwachen und spitzigen Klang, z. B. Fig. 2, 7, 14 rc., die andern aber, mit Ausnahme von $\overline{3|1}$, Fig. 8, sind weit volltönender, besonders $\overline{2|0}$, Fig. 3. Bey den übrigen Reihen kann ich keine Eigenthümlichkeiten in Ansehung der Würkung auf das Gehör angeben.

Fünfter Abschnitt.

Noch einige Bemerkungen über die Hervorbringung der verschiedenen Schwingungsarten, besonders der sehr zusammengesetzten an großen Scheiben.

Vorläufig muß ich bemerken, daß es nothwendig ist, sich nur solcher Scheiben zu bedienen, die recht dünn sind, weil an solchen sich die Schwingungsarten leichter hervorbringen lassen, und die überall von gleicher Dicke sind, weil sonst die Figuren sowohl, als die Tonverhältnisse nicht regelmäßig genug erscheinen. Glasscheiben werden immer die besten seyn, weil man Scheiben von Metall, oder von irgend einer andern Materie schwerlich so regelmäßig haben kann, und weil auch ihre Durchsichtigkeit die Stellen zu sehen verstattet, welche man etwa unterwärts noch zu berühren für gut findet.

Zu Hervorbringung der Klangfiguren ist es, wie schon in meiner Akustik bemerkt worden, erforderlich, die Scheibe an einer Stelle, auf welche eine Knotenlinie fällt, am besten an einer Stelle, wo sich Knotenlinien schneiden, zu halten, und eine nicht weit davon entfernte Stelle des Randes, wo die Mitte eines schwingenden Theiles ist, mit dem Violinbogen zu streichen. In den Fällen, wo mehrere Schwingungsarten dieselben Stellen des Haltens und des Streichens mit einander gemein haben, muß man zugleich durch Berührung solcher Stellen, die bey der Schwingungsart, die man hervorbringen will, nicht aber bey der andern, in Ruhe bleiben, die andern wegdämpfen. Diese kurze Anleitung wäre eigentlich schon zu Hervorbringung aller Klangfiguren hinreichend, wenn die Experimentirenden immer consequent genug wären, um sie auf alle einzelnen Fälle anzuwenden. Da dieses aber nicht zu erwarten ist, wird es nützlich seyn, hier noch einige weitere Anleitung besonders zu Hervorbringung mancher mehr verwickelten Figuren zu geben. Manche derselben werden sich indessen nicht immer nach Willkühr hervorbringen lassen, sondern es wird öfters von mehr oder weniger günstigen kleinen Nebenumständen abhängen, ob die oder jene Figur zum Vorschein kommt.

Daß man sich im Voraus eine Vorstellung davon machen müsse, wie eine Figur aussehen werde, um die schicklichsten Stellen des Haltens und des Streichens zu treffen; daß

man, wenn die Figur erscheint, und man sieht, daß die Stelle des Haltens nicht ganz genau die richtige war, man sie sogleich den Umständen nach ein wenig verändern müsse; daß das Halten nicht mit vieler Fläche der Finger, sondern nur mit den äußersten Spitzen des Daumens und noch eines Fingers, und mit solcher Kraft geschehen müsse, daß die Scheibe sich bey dem stärksten Bogenstriche nicht verrücken könne; daß der Bogen senkrecht gehalten werden, und nicht etwa hin und her wanken, sondern, wie es auch zu einem guten Violinspielen nothwendig ist, immer genau an derselben Stelle der Scheibe streichen müsse; daß, wenn die verlangte Schwingungsart erscheint, man immer dieselbe Stärke des Druckes mit dem Bogen, und dieselbe Geschwindigkeit des Zuges beybehalten müsse, damit keine andere Schwingungsart und also auch kein anderer Ton sich hineinmenge, weil sonst alle vorherige Bemühung vergeblich ist; daß man, wenn der aufgestreute Sand gar zu ungleich vertheilt ist, durch mehr oder weniger abhängige Senkungen der Scheibe nach der einen oder der andern Seite eine gleichförmigere Vertheilung des Sandes bewürken müsse, u. s. w., das sind alles Dinge, die sich eigentlich von selbst verstehen, und also keiner weiteren Erörterung bedürfen.

Wenn bey derselben Art des Haltens und des Streichens einfacherer Schwingungsarten, die tiefere Töne geben, und zusammengesetzterer, die höhere Töne geben, erscheinen können, so werden erstere besser durch einen langsameren Bogenstrich mit vielem Drucke, und letztere besser durch einen schnellern Bogenstrich mit weniger Drucke hervorgebracht werden können.

In meiner Akustik habe ich zwar eine Maschine angegeben, in welche man eine Scheibe einspannen kann, und Manche haben sich auch einer solchen Vorrichtung bedient, ich finde aber besser, mich selbst zu den größten Scheiben immer blos der Finger zu bedienen. An großen Scheiben, wo man die schicklichste Stelle des Haltens nicht mit den Fingern erreichen kann, oder wo zu befürchten ist, daß die Scheibe, wenn sie sehr dünn ist, durch ihr eigenes Gewicht zerbrechen möchte, wird es rathsam seyn, die Scheibe an einer oder ein Paar schicklichen Stellen auf weichen Unterlagen ruhen zu lassen, etwa auf einem kleinen Stückchen von elastischem Harze, oder von Schwamm, oder weichem zusammengedrückten Papiere, oder etwas ähnlichem.

Bey manchen Figuren wird die schicklichste Haltungsstelle in der Mitte der Scheibe seyn; kleinere Scheiben kann man mit den Fingern halten, größere aber auf eine weiche Unterlage mit einem Finger aufdrücken. Hieher gehört Fig. 1, 2, 7, 8, 14, 46, 61, 62, allenfalls auch 23, 32, 38, 39, 41, 42, 49, 52, 56, 58, 59. Bey Fig. 1 geschieht das

Streichen an einer Ecke der Scheibe, bey Fig. 2, in der Mitte einer Seite, und bey Fig. 7 zwischen der Ecke und der Mitte. Fig. 8 erfordert, daß außer der mittlern Haltungsstelle auch eine der schiefen Linien berührt, und die benachbarte Ecke gestrichen werde. So wie nähmlich durch Unterbrechung der Schwingungen an der berührten Stelle sich eine Knotenlinie bildet, so muß nothwendig wegen des zu den Schwingungen erforderlichen Gleichgewichts der Theile, ebendasselbe von selbst an ähnlichen Stellen geschehen. Wenn eine größere Scheibe in der Mitte auf eine weiche Unterlage mit einem Finger gedrückt, und zugleich eine Stelle nach einer Ecke zu, weiter nach außen, als bey Fig. 8, mit dem Daumen berührt, und an der Ecke gestrichen wird, so werden auf solche Art Fig. 23, 39, 42 und und 59 hervorgebracht werden können. Zu Hervorbringung von Fig. 14 streicht man die Scheibe in der Mitte einer Seite, und (damit nicht etwa Fig. 2 erscheine) berührt man zugleich nach derselben Seite zu eine Stelle, durch welche die krumme Linie gehen muß, weshalb also wegen des nothwendigen Gleichgewichtes der Theile in jedem 4ten Theile der Scheibe sich eine solche krumme Knotenlinie bilden muß, wie es in dem einen Theile durch die Berührung geschieht. Auf eine ähnliche Art wird man an größern Scheiben, die in ihrer Mitte auf eine Unterlage gedrückt werden, durch Streichen in der Mitte einer Seite, und durch Berührung einer nahe dabey befindlichen Stelle Fig. 32, 46, 52 und 61 hervorbringen können, wobey man, wenn es nöthig ist, außerdem zugleich noch irgend eine andere schickliche Stelle berühren kann. Manche Figuren, wie z. B. Fig. 38, 41, 49, 56, 58, 62, erfordern, daß das Streichen und das Berühren nach einer Stelle zwischen der Mitte und der Ecke geschehe. Manche jetzt erwähnte Figuren können auch durch andere Arten des Verfahrens hervorgebracht werden.

Durch Haltung einer schicklichen Stelle (d. i., wo nach einem richtigen Augenmaße sich Knotenlinien schneiden müssen) auf der Diagonallinie zwischen der Mitte und der Ecke linker Hand, wobey das Streichen senkrecht unter der gehaltenen Stelle geschehen muß, werden sich ebenfalls viele Figuren hervorbringen lassen, wie z. B. Fig. 16 c, (wo das zu Bewürkung der Abänderungen nöthige Verfahren schon gezeigt worden ist), Fig. 11 a, 13 b, 18, 19 b, 26, 36, 44. Bey einigen Figuren ist es außerdem noch nöthig, die einwärts gebogene Knotenlinie zwischen der Haltungsstelle und der zu streichenden Stelle mit einem Finger zu berühren, um die Schwingungen gehörig zu unterbrechen, wie z. B. Fig. 21 b, 31 b, 38, 40, 48 b und c, 49, 58.

Manche Figuren, wo die schicklichste Haltungsstelle ebenfalls auf die jetzt erwähnte Diagonallinie, bey manchen auch nahe dabey, fällt, erfordern, daß das Streichen nicht senkrecht unter der gehaltenen Stelle, sondern mehr oder weniger seitwärts geschehe, wie z. B. Fig. 5, 9, 10, 16, 17, 24, 25, 29, 30 (wo das Streichen in der Mitte der Seite geschehen, und die nächste Linie zugleich berührt werden muß), 33, (wo es gut seyn wird,

auch jenseits der gestrichenen Stelle die Knotenlinie schwach zu berühren), 34, 35, 37 a, 45, 48 a, 51, 53, 54, 55, 57. Bey den zusammengesetzten Figuren dieser Art wird es allemahl rathsam, oder auch wohl nothwendig seyn, noch eine und andere Stelle, auf welche Knotenlinien fallen, gelind zu berühren.

Zu Hervorbringung einiger Figuren, besonders wo eine Linie senkrecht hindurchgeht, und eine andere sie nicht weit vom Rande schneidet, wird es gut seyn, wenn man an der Stelle, wo die beyden Linien sich schneiden, hält, und so nahe dabey, oder so weit seitwärts, als nöthig ist, streicht. Hieher gehören Fig. 4, 10, 13 a, 16 a, 22, 25, 39, 41, 55, 59. Bey den zusammengesetzten Figuren ist es rathsam, noch eine Stelle der Linie nahe bey der gestrichenen Stelle gelind zu berühren.

Bey Fig. 12 a wird die Haltung senkrecht über die Mitte einer Seite, und das Streichen in der Mitte dieser Seite geschehen, und wenn an einer großen Scheibe Fig. 50 erscheinen soll, außerdem noch die Knotenlinie berührt werden müssen, in deren Einbiegung das Streichen geschieht.

Fig. 3, oder 68 wird leicht können hervorgebracht werden, wenn man die Scheibe in dem Falle, daß ihre Größe es verstattet, in der Mitte zweyer gegen einander über befindlicher Seiten, da, wo die Knotenlinien den Rand berühren, zwischen dem Daumen und einem andern Finger hält, und an einer Ecke streicht. Wenn die Scheibe größer ist, darf man sie auch nur an einer solchen Stelle an der Mitte einer Seite zwischen dem Daumen und noch einem Finger halten, und an einer Ecke streichen. Soll nicht Fig. 3, sondern Fig. 18 erscheinen, so muß man außerdem auch noch die Stelle berühren, auf welche die kleine krumme Diagonallinie nahe an der Ecke fällt, an welcher man streicht.

Um Fig. 30, oder an größern Scheiben Fig. 47 hervorzubringen, kann es dienlich seyn, wenn man an einer Stelle hält, wo sich zwey Linien schneiden, an der nächsten Ecke streicht, und zugleich die Stelle berührt, wo zwischen dem Ort des Haltens und dem Ort des Streichens eine Linie hindurch geht.

Um Fig. 19 a, 27, 37, 45 hervorzubringen, halte man an einer der äußersten Stellen, wo sich 2 Linien schneiden müssen, und streiche senkrecht unter dieser Stelle.

Wenn die Haltung nahe an einer Ecke geschieht, so wird es, um das Zerbrechen der Scheiben zu verhüten, bey großen Scheiben immer rathsam seyn, sie auch nahe an dem entgegengesetzten Ende an einer schicklichen Stelle auf einer weichen Unterlage ruhen zu lassen.

Wer übrigens nicht mit einem guten Augenmaße eine vortheilhafte Bildung der Finger und viele Muskelkraft verbindet, der wird es bey aller weitern Anleitung nie dahin bringen können, die zusammengesetzten Klangfiguren mit Bestimmtheit hervorzubringen.

Zweyte Abhandlung.

Einige neue Bemerkungen

über

länglich-viereckige und elliptische Scheiben.

F 2

I.

Ueber das Daseyn zweyer verschiedenen Schwingungsarten auf manchen Stufen an länglich-viereckigen Scheiben.

Nicht nur an Quadratscheiben, sondern auch an Rectangelscheiben, lassen sich manche Schwingungsarten nie mit lauter geraden, mit den Seiten parallelen Linien hervorbringen, sondern sie zeigen sich auf zwey verschiedene Arten, nähmlich so, daß die äußern Linien mehr einwärts, oder daß sie mehr auswärts gebogen sind, und daß also die Figur im Ganzen entweder mehr concav, oder mehr convex erscheint. Der Ton einer concaven Figur ist allemahl tiefer, als der Ton der convexen Figur auf derselben Stufe (d. i. bey derselben Zahl von Knotenlinien nach der einen und nach der andern Richtung). Eine solche Zerspaltung einer Schwingungsart in zwey findet nur an solchen Figuren Statt, wo die Knotenlinien eine oder 2, oder 3, oder überhaupt eine ganze Zahl von Biegungen haben, nicht aber an solchen, wo (nach der in Fig. 65 angegebenen Art betrachtet) 1½, 2½, 3½ Biegungen u. s. w. vorhanden sind, weil in diesem Falle die Würkung der Einbiegung an der einen Stelle durch die Würkung der Ausbiegung an der andern aufgehoben wird, wie man denn auch solche Figuren ohne Veränderung des Tones durch kleine Verschiedenheiten der Haltungsstelle meistens eben sowohl geradlinig als verzerrt darstellen kann. An einer Quadratscheibe zeigt sich, wie in der vorigen Abhandlung weiter erörtert worden ist, ein Daseyn zweyer verschiedener Schwingungsarten auf den Stufen, wo die Summe der nach beyden Richtungen gehenden Knotenlinien eine gerade Zahl ist, wiewohl mit Ausnahme der Schwingungsarten, wo nach der einen Richtung so viele Linien gehen, als nach der andern; aber an länglich-viereckigen Scheiben von verschiedenen Verhältnissen der Länge zur Breite bin ich noch nicht im Stande, das allgemeine Gesetz anzugeben, nach welchem sich die Ord-

nung der doppelt vorhandenen Stufen richtet, zu dessen Bestimmung neue weitläufrige Untersuchungen erforderlich seyn würden. Gegenwärtig liefere ich hierüber nur einige fragmentarische Bemerkungen. Zu Bezeichnung der Schwingungsarten werde ich die Zahlen der Linien nach der einen und nach der andern Richtung durch einen senkrechten Strich unterscheiden, und die Zahl der Linien in die Quere vor den Strich, die Zahl der Linien in die Länge hinter den Strich setzen, wie in meiner Akustik. Bey doppelt vorhandenen Schwingungsarten bezeichne ich die concave Figur, welche einen etwas tiefern Ton giebt, durch einen Querstrich unter dem senkrechten Striche, und die convexe Figur, welche einen etwas höhern Ton giebt, durch einen darüber gesetzten Querstrich, eben so, wie dieses in der vorigen Abhandlung geschehen ist.

In meiner Akustik (deutsche Ausgabe §. 123—129, und franz. Ausg. §. 115—121) habe ich zwar bey einigen Gelegenheiten diese auf mancher Stufe doppelt vorhandenen Schwingungsarten erwähnt, aber doch nicht genug Aufmerksamkeit darauf gewendet, weil ich diesen Unterschied der Figuren und der Töne nicht sowohl als etwas bestimmten Naturgesetzen gemäßes, sondern mehr als eine blos zufällige Divergenz ansah. Zu einer genauern Bestimmung der Tonverhältnisse und vielleicht auch mancher Schwingungszahlen würde es indessen nothwendig seyn, auch an länglich-viereckigen Scheiben den Ton einer concaven Figur von dem einer convexen Figur auf derselben Stufe genau zu unterscheiden. Die von mir bemerkten doppelt vorhandenen Schwingungsarten, welche ich in meiner Akustik meistens schon beyläufig angeführt habe, und hier durch die Zeichen $\perp$ und $\top$ unterscheide, sind folgende:

An Scheiben, wo das Verhältniß der Länge zur Breite 5:4 ist:

$\underline{5|0}$, Ak. Fig. 158, a und $\overline{5|0}$, Fig. 159.

$\underline{1|4}$, Fig. 158, c, und $\overline{1|4}$ als weitere Auseinanderzerrung von Fig. 159, wobey zu bemerken ist, daß $\underline{5|0}$ und $\underline{1|4}$ zu einander übergehen können, und so auch $\overline{5|0}$ und $\overline{1|4}$.

$\underline{0|4}$, Fig. 160, und $\overline{0|4}$, Fig. 161. Diese Figuren können auch $\underline{4|2}$ und $\overline{4|2}$, welche ebendieselben Töne geben, wie $\underline{0|4}$ und $\overline{0|4}$, repräsentiren, oder dazu übergehen.

In dem Verhältnisse der Länge zur Breite, 7:5.

$\underline{1|2}$, Fig. 164, a, und $\overline{1|2}$, Fig. 165, b, ingleichen

$\underline{3|0}$, Fig. 164, c, und $\overline{3|0}$, Fig. 165, a, wo die Figuren von 164 und die von 165 zu einander übergehen können.

In dem Verhältnisse der Länge zur Breite, 3:2.

$\underline{4|1}$, Fig. 169, a, und $\overline{4|1}$, Fig. 168, c, ingleichen

$\underline{0|3}$, Fig. 169, c, und $\overline{0|3}$, Fig. 168, c, wo beyde concaven und beyde convexen Figuren durch Fig. 169, b, und 168, b, in einander übergehen können.

Ferner $\underline{3|0}$, Fig. 164, c, und $\overline{3|0}$, Fig. 165, c, nebst

$\underline{1|2}$, Fig. 164, a, und $\overline{1|2}$, Fig. 165, ungefähr noch eben so, wie es vorher in dem Verhältnisse der Dimensionen 7:5 angegeben worden ist. Bey einigen neuern Versuchen fand ich zwischen $\underline{3|0}$ und $\overline{3|0}$ einen Unterschied, der einen ganzen Ton betragen konnte.

In dem Verhältnisse der Länge zur Breite, 7:4.

$\underline{4|0}$, Fig. 171, a, und $\overline{4|0}$, Fig. 172, a, ingleichen

$\underline{2|2}$, Fig. 171, c, und $\overline{2|2}$, Fig. 172, c, wo die gleichartigen Figuren der beyden verschiedenen Stufen in einander übergehen können, durch 171, b, und 172, b.

In dem Verhältnisse der Länge zur Breite, 2:1.

$\underline{5|1}$, Akustik Fig. 171, a, und $\overline{5|1}$, ingleichen

$\underline{1|3}$, Fig. 174, c, und $\overline{1|3}$, wo die concaven sowohl, wie convexen Figuren beyder Stufen zu einander übergehen können.

Ferner $\underline{5|0}$, hier Fig. 70, a, und $\overline{5|0}$, Fig. 71, a, ingleichen

$\underline{3|2}$, hier Fig. 70, b, und $\overline{3|2}$, Fig. 71, b, wo $\underline{5|0}$ und $\underline{3|2}$, so wie $\overline{5|0}$ und $\overline{3|2}$ zu einander übergehen können.

In dem Verhältnisse der Länge zur Breite, 7:3.

$\underline{4|0}$, Akustik Fig. 175, a, und $\overline{4|0}$, Fig. 176, a, welche übergehen können zu

$\underline{0|2}$, Fig. 175, c, und $\overline{0|2}$, Fig. 176, c, durch 175, b, und 176, b. Eben so würden an Scheiben in dem Verhältnisse der Länge zur Breite 11:3, die Schwingungsarten $\underline{6|0}$ und $\underline{0|2}$, und so auch $\overline{6|0}$ und $\overline{0|2}$ in einander übergehen.

Bey Betrachtung der Figuren wird man finden, daß sie auf jeder doppelten Stufe

übergehen können, so wie es hier auch angegeben ist. Außer den hier erwähnten Doppelstufen werden sich bey genauern Untersuchungen noch weit mehrere finden.

II.

Ueber die Uebereinkunft mancher Reihen von Tönen einer länglich-viereckigen Scheibe mit Tönen einer gleichartigen und eben so langen Quadratscheibe.

Seit der Herausgabe meiner Akustik habe ich nicht viele neueren Versuche an länglich-viereckigen Scheiben angestellt. Was also hier über diesen Gegenstand zu sagen ist, darin folge ich den in der Akustik enthaltenen Angaben. Um desto weniger wird man etwa auf die Idee gerathen können, als ob ich etwa durch eine vorgefaßte Meynung mich hätte können täuschen lassen, irgend ein Verhältniß etwas höher oder tiefer anzugeben.

Manche Tonverhältnisse einer Quadratscheibe sind als beständige Größen anzusehen, die, wenn eine Dimension dieselbe bleibt, die andere aber vermindert wird, doch wiederkehren, wiewohl meistens auf einer andern Stufe. Besonders zeigt sich dieses bey den Verhältnissen der beyden Dimensionen, wo die eine ein aliquoter Theil der andern ist, wie z. B. 2 : 1, 3 : 1 u. s. w.

In den von Fig. 81 bis 85 gegebenen Tabellen über Rectangelscheiben in den Verhältnissen der Länge zur Breite 1 : $\frac{1}{2}$, 1 : $\frac{1}{3}$, 1 : $\frac{1}{4}$ u. s. w. gebe ich außer den Tonverhältnissen selbst auch die im Verhältniß gegen eine Quadratscheibe allemahl etwas erhöhten Werthe der Schwingungsarten an, wo blos Linien in die Quere oder in die Länge gehen, und bey der Schwingungsart 1|1 den Werth, welcher allemahl der durch das umgekehrte Verhältniß der Durchmesser multiplicirten Zahl 6 gleich ist, und füge, in Klammern, ( ) eingeschlossen, die Schwingungsart einer gleich langen und dicken Quadratscheibe hinzu, welche eben denselben Ton giebt.

Ueber Rectangelscheiben in dem Verhältnisse 1 : $\frac{1}{2}$. S. Fig. 81.

Die einzige Abänderung oder Correction, welche ich hier angebracht habe, ist, daß ich den Ton von 5|2, welchen ich in meiner Akustik als $\overline{\overline{\overline{\text{dis}}}}$ angegeben hatte, hier als $\overline{\overline{\overline{\text{e}}}}$ angebe, so wie es meine neueren Untersuchungen lehren.

Was hier die erste Reihe, n|o, oder 2|3, 3|o, 4|o u. s. w., betrift, so bleibt sich

diese bey allen Veränderungen der einen Dimension ziemlich gleich, weil sie blos von der Länge abhängt, und die Töne mit den Quadraten der ungeraden Zahlen überein- kommen, wiewohl gegen die Töne einer Quadratscheibe mit einiger Erhöhung, wie dieses schon in der Akustik angegeben ist.

In der zweyten Reihe, n|1, oder 1|1, 2|1, 3|1 u. s. w. ist der erste Ton 1|1, welcher allemahl in demselben Verhältnisse an Höhe zunimmt, wie die Breite vermindert wird, hier = 2 . 6, und also die Octave von 1|1 an einer gleichartigen Quadratscheibe, wo er = 6 war, wiewohl mit einer kleinen Erhöhung. Die übrigen Töne dieser Reihe, 2|1, 3|1, 4|1, u. s. w. sind ebendieselben, wie an einer Quadratscheibe die Töne von 2|2, 3|2, 4|2, 5|2, u. s. w. überhaupt so, wie an einer Quadratscheibe, wenn anstatt einer Linie zwey in die Länge gehn. Dieses stimmt auch ganz mit der Beschaffenheit der Figuren überein, indem z. B. hier 2|1, Fig. 72 ganz so beschaffen ist, als wenn man von 2|2 an einer Quadratscheibe, oder Fig. 5, die Hälfte nimmt, eben so ist hier 3|1, Fig. 73 die Hälfte von 3|2 an einer Quadratscheibe, oder Fig. 9, a, (in einer andern Richtung genommen) und eben so ist es mit den übrigen Figuren dieser Reihe, wo die Figur auf der Rectangelscheibe die Hälfte der Figur auf der Quadratscheibe ist; so wie die eine Scheibe selbst die Hälfte der andern.

In der dritten Reihe, n|2, oder 0|2, 1|2, 2|2, 3|2 u. s. w. ist der Ton von 0|2, weil er blos von der kürzern Dimension abhängt, = 36 oder dem Quadrate von 3 durch das Quadrat von 2 multiplicirt, mit einiger Erhöhung, die übrigen Töne aber sind ebendieselben, wie an einer Quadratscheibe bey den Schwingungsarten, wo nach einer Richtung drey Linien gehn, oder 3|2, 3|3, 4|3, 5|3, 6|3 u. s. w.

In der vierten Reihe, n|3 oder 0|3, 1|3, 2|3, 3|3, 4|3 rc. hängt der Ton der ersten Schwingungsart 0|3 blos von dem kürzern Durchmesser ab, er ist also = 100, oder $2^2 . 5^2$, mit einiger Erhöhung. Der zweyte Ton, oder der von 1|3, welcher mit dem Tone von 4|4 an einer Quadratscheibe übereinstimmt, scheint den Uebergang zu der mehr regelmäßigen Fortschreitung der folgenden Töne zu machen, welche der Reihe 5|3, 5|4, 5|5, 6|5 an einer Quadratscheibe gleich sind, bey welcher nach der einen Richtung sich 5 Linien zeigen. Bey der Schwingungsart 5|3 läßt sich dieses auch an Fig. 74 nachweisen, welche die Hälfte von Fig. 34 a oder 6|5 an einer Quadratscheibe ist, bey den übrigen Figuren ist 16 eine Folge von Compensationen.

Ueber Rectangelscheiben in dem Verhältnisse 1 : 1/3. S. Fig. 82.

Ueber die erste Reihe n|o, wo die Töne blos von der längern Dimension bestimmt werden und also bey den Veränderungen der Breite sich immer gleich bleiben, ist nichts weiter zu sagen.

In der zweyten Reihe n|1 ist der erste Ton, oder 1|1 das Product der Zahl 6 mit dem Verhältnisse der Dimensionen der Scheibe, oder mit 3, also die Quinte der Octave von 1|1 an einer Quadratscheibe. Der zweyte Ton ist eine Uebergangsstufe zu der in den folgenden Tönen sich zeigenden Progression, wo die Töne ebendieselben sind, wie an einer Quadratscheibe, wenn bey gleicher Zahl der Linien nach der einen Richtung, sich 3 Linien nach der andern Richtung zeigen. Dieses stimmt auch mit der Beschaffenheit der Figuren überein. So ist z. B. die Figur der Schwingungsart 3|1 der dritte Theil von Fig. 10; die Figur 4|1 ist der dritte Theil von Fig. 16 a ꝛc. eben so, wie die Scheibe selbst der dritte Theil einer gleichartigen Quadratscheibe ist.

In der dritten Reihe n|2 ist der Ton von o|2, welcher von dem kürzern Durchmesser abhängt, gleich dem Quadrate von 3 mit dem Quadrate des umgekehrten Verhältnisses der Breite zur Länge, welches hier auch 3^2 ist, multiplicirt, er ist also mit dem Tone der Schwingungsart 5|o einerley. Der Ton von 1|2 ist etwas niedriger, als der von 5|2 an einer Quadratscheibe, und macht den Uebergang zu den regelmäßigen Fortschreitungen der folgenden Töne, welche ebendieselben sind, wie an einer Quadratscheibe die Töne der Schwingungsarten 5|3, 5|4, 5|5, 6|5 u. s. w. wo nach der einen Richtung allemahl 5 Linien gehn.

Ueber Rectangelscheiben in dem Verhältnisse 1 : 1/4. S. Fig. 83.

Die erste Reihe, n|o ist ebendieselbe, wie vorher.

In der zweyten Reihe n|1 ist der erste Ton 1|1 das Product von 6 mit dem umgekehrten Verhältnisse der Breite, also um zwey Octaven höher, als 1|1 an einer Quadratscheibe. Die beyden nächsten Töne sind Uebergänge zu den hernach folgenden Verhältnissen, wo 4|1, 5|1 u. s. w. dieselben Töne geben, wie 4|4, 5|4 u. s. w. an einer Quadratscheibe, welches auch ganz den Verhältnissen der Figuren gemäß ist, welche der vierte Theil der Figuren einer Quadratscheibe sind, die einen gleichen

Ton geben, und also gegen diese eben die Verhältnisse haben, wie die Gestalten der Scheiben.

In der folgenden Reihe, oder n|2, ist der erste Ton = $4^2 . 3^2$, oder 144, mit einiger Erhöhung; der andere, welcher mit 6|3 an einer Quadratscheibe übereinkommt, ist der Uebergang zu den folgenden Tönen, welche ebendieselben sind, wie die von 7|2, 7|3 u. s. w. an einer Quadratscheibe.

Ueber Rectangelscheiben in den Verhältnissen 1 : ½ und 1 : ⅛. S. Fig. 84 und 85.

Die erste Reihe bleibt immer dieselbe, nähmlich den etwas erhöhten Quadraten der ungeraden Zahlen gleich.

In der zweyten Reihe ist der erste Ton oder 1|1 allemahl das Product der Zahl 6 mit dem umgekehrten Verhältnisse der Breiten. Die höhern Töne scheinen solche zu seyn, welche an einer Quadratscheibe der Reihe n|4 zugehören. Je schmäler die Scheibe bey derselben Länge wird, desto mehr nähern sich die Töne dieser Reihe, von 1|1 an gerechnet, der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4 rc. und zwar die erstern früher, als die folgenden.

Weiter als bis zu der zweyten Reihe habe ich an so schmalen Scheiben keine Schwingungsarten hervorbringen können.

Ueber Rectangelscheiben in dem Verhältnisse 7 : 5, oder $\sqrt{2} : 1$. S. Fig. 88.

Außer den Scheiben, wo die eine Dimension ein aliquoter Theil der andern ist, fand ich an Rectangelscheiben in dem Verhältnisse der Länge zur Breite, wie 7 : 5, welches von dem Verhältnisse der Quadratwurzel von 2 zu 1 kaum bemerkbar verschieden ist, die meiste Uebereinkunft mit den Tönen einer Quadratscheibe.

In der 2ten, 3ten und 4ten Reihe kommen die spätern Töne mit solchen überein, die an einer Quadratscheibe der Reihe, wo nach einer Richtung drey Linien sind, oder n|3 zugehören. Die vorhergehenden Töne scheinen mittlere Uebergangsstufen zu seyn, zwischen dem ersten durch die Verhältnisse der Durchmesser bestimmten Tone, und den spätern Verhältnissen.

Die spätern Töne der folgenden oder 5ten Reihe scheinen mit Tönen der Reihe n|5 an einer Quadratscheibe ziemlich übereinzustimmen; der von 4|4 scheint der Analogie nach mehr fis als f+ seyn zu müssen.

III.

Ueber die Uebereinkunft der Reihen von Tönen mancher elliptischen Scheiben, mit einer Reihe von Tönen einer gleichartigen runden Scheibe.

Bey der Untersuchung elliptischer Scheiben in meiner Akustik habe ich eine runde Scheibe als Grundlage angesehen, weil ein Kreis als eine Ellipse zu betrachten ist, deren Axen einander gleich sind. Hierauf habe ich gezeigt, wie die Schwingungsarten und die ihnen zukommenden Tonverhältnisse sich verändern, wenn die eine Axe immer dieselbe bleibt, aber die andere immer kleiner und die Scheibe zu einer immer schmählern Ellipse wird. Aus den vielen angestellten Versuchen und aus den Vergleichungen der Resultate ergab sich das im 145sten §. der deutschen Ausgabe und im 135sten der französischen aufgestellte, und hier mehrerer Deutlichkeit wegen, so wie in der französischen Ausgabe ausgedrückte Naturgesetz, daß in den Verhältnissen der Axen 5 : 3, 8 : 3, 11 : 3, 14 : 3 u. s. w. (oder überhaupt, wenn n von 2 an gerechnet, eine ganze Zahl bedeutet, [n 3 — 1] : 3) die Töne aller Schwingungsarten, wo Linien in die Länge (einen länglichen Kreis für 2 solche Linien gerechnet) vorhanden sind, nur eine einzige Reihe bilden, so daß, wenn man in dem Verhältnisse 5 : 3 die Würkung einer Längenlinie als das doppelte einer Querlinie, in dem Verhältnisse 8 : 3 als das dreyfache, in dem von 11 : 3 als das vierfache u. s. w. ansieht, alle diejenigen Schwingungsarten einerley Ton geben, bey welchen die Summe der Linien (oder wenn Q Querlinien und L Längenlinien bedeutet, die Summe von Q + n L) dieselbe ist.

Ganz neuerlich fand ich bey Vergleichung dieser Reihe von Tönen mit den Tonverhältnissen einer runden Scheibe, daß jede der erstern solchen Reihen mit einer Reihe von Tönen einer runden Scheibe großentheils übereinstimmt, und zwar auf folgende Art:

Reihe der Töne an einer elliptischen Scheibe in dem Verhältnisse der Axen:		Reihe der Töne an einer runden Scheibe bey der Zahl der Kreislinien:
5 : 3	=	I.
8 : 3	=	II.
11 : 3	=	III.

Um diese Uebereinkunft zu zeigen, setze ich hier die mehr ungefähren als ganz genauen Angaben unter einander, so wie sie in meiner Akustik enthalten sind.

Bey Vergleichung der Tonreihe einer elliptischen Scheibe in dem Verhältnisse der Axen 5 : 3 (nach §. 150 der deutschen Ausgabe, und §. 140 der franz. Ausg. der Akustik) mit der Tonreihe einer runden Scheibe, wenn eine Kreislinie entweder allein, oder von Diametrallinien durchschnitten ist, (nach der deutschen Akustik §. 140, und nach der französischen §. 130) findet sich:

an elliptischen Scheiben	Gis	a +	$\overline{g}$ —	$\overline{\overline{d}}$ —	$\overline{\overline{gis}}$ —	$\overline{\overline{\overline{cis}}}$ —	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ +
an runden Scheiben	Gis	b	$\overline{g}$	$\overline{\overline{d}}$ ... $\overline{\overline{dis}}$	$\overline{\overline{gis}}$	$\overline{\overline{\overline{cis}}}$	$\overline{\overline{\overline{e..f}}}$

Weiterhin scheinen die Reihen mehr zu divergiren.

Bey Vergleichung der Tonreihe einer elliptischen Scheibe in dem Verhältnisse der Axe 8 : 3 (nach §. 152 der deutschen Akustik, und §. 142 der franz. Ausg.) mit der Tonreihe einer runden Scheibe, wenn zwey Kreislinien vorhanden sind, findet sich

an einer elliptischen Scheibe	d	$\overline{d}$ +	$\overline{h}$ —	$\overline{\overline{f}}$	$\overline{\overline{b}}$ +	$\overline{\overline{\overline{dis}}}$	$\overline{\overline{\overline{g}}}$	$\overline{\overline{\overline{h}}}$ —	$\overline{\overline{\overline{\overline{d}}}}$
an einer runden Scheibe				$\overline{\overline{e}}$ +	$\overline{\overline{b}}$	$\overline{\overline{\overline{dis}}}$	$\overline{\overline{\overline{g}}}$	$\overline{\overline{\overline{b}}}$ ... $\overline{\overline{\overline{h}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{cis}}}}$

Der erste Ton dieser Reihe runder Scheiben $\overline{gis}$ + stimmt nicht damit überein, und die Uebereinkunft fängt erst bey dem zweyten Ton an.

Bey Vergleichung der Töne elliptischer Scheiben in dem Verhältnisse der Axen 11 : 3 (nach der deutschen Akustik §. 154 und nach der französischen Ausgabe §. 144) mit den Tönen runder Scheiben, wenn zwey Kreislinien vorhanden sind, findet sich:

an einer elliptischen Scheibe	a	$\overline{a}$	$\overline{\overline{e}}$ .. $\overline{\overline{f}}$	$\overline{\overline{b}}$ +	$\overline{\overline{\overline{dis}}}$ +	$\overline{\overline{\overline{gis}}}$ –	$\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{fis}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{gis}}}}$ .. $\overline{\overline{\overline{\overline{a}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{h}}}}$
an einer runden Scheibe				$\overline{\overline{b}}$ .. $\overline{\overline{h}}$	$\overline{\overline{\overline{e}}}$ +	$\overline{\overline{\overline{gis}}}$ .. $\overline{\overline{\overline{a}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{fis}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{gis}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{b}}}}$

Wahrscheinlich möchte diese Uebereinstimmung wohl auch bey den folgenden Reihen, ingleichen auch bey den höhern Tönen dieser Reihen noch mehr bemerkbar seyn, wenn man sowohl die Tonverhältnisse runder Scheiben, als auch die an elliptischen Scheiben (deren Gestalt so regelmäßig als nur möglich seyn müßte) mit noch mehrerer Genauigkeit untersuchte, als es von mir damahls geschehen ist, welche Untersuchungen aber sehr mühsam und schwierig seyn würden.

Dritte Abhandlung.

Bemerkungen und Zusätze

zu dem Werke

über die Akustik.

Seit der Erscheinung meines Werkes über die Akustik im Jahre 1802 hat dieser Theil der Naturkentniß weit weniger Zuwachs erhalten, als manche andern. Diejenigen, welche hierin durch Anstellung zweckmäßiger Versuche am meisten gethan haben, sind Biot und Benzenberg (die ich beyde auch als Freunde sehr achte). Hier ist die Absicht, von dem, was seit der Zeit in diesem Fache geschehen, und zum Theil auch schon in der französischen Ausgabe erwähnt ist, einige Nachricht, und auch sonst noch einige Erläuterungen über manche die Akustik betreffenden Gegenstände zu geben, nach der in meinem Werke zum Grunde gelegten Ordnung.

Zu §. 2.

Zu dem, was hier über die Stärke des Klanges gesagt ist, wäre noch hinzuzufügen, daß sie auch von der Weite der Excursionen abhängt, welche die Theile des klingenden Körpers machen, so wie ich es in §. 295. II. erwähnt habe. Indessen ist dieses wohl schon darin enthalten, wenn ich gesagt habe, daß die Stärke auch von der Kraft abhängt, mit welcher der klingende Körper in Bewegung gesetzt wird.

Zu §. 4, 5, 6.

Für die verschiedenen Begriffe, welche bey uns durch die Worte: Schall, Klang und Ton bezeichnet werden, wo nähmlich Schall alles hörbare, Klang einen bestimmbaren Schall, und Ton Geschwindigkeit der Schwingungen ausdrückt, hat die französische Sprache nur das einzige Wort: son. Das Wort: ton, ist nicht etwa mit dem deutschen Worte Ton gleichbedeutend, sondern es kann ausdrücken: 1) einen ganzen Ton (seconde majeure), 2) eine Tonart (mode), 3) die Tonhöhe, auf

welcher man ein Musikstück ausübt oder überhaupt eine gewisse Tonhöhe (hauteur). Der einzige, so viel ich weiß, der das Wort ton in demselben Sinne gebraucht hat, wie im Deutschen das Wort Ton, ist Cuvier in seinen Leçons d' anatomie comparée. Ich sah mich also genöthigt, dem Anfange der französischen Akustik eine andere Wendung zu geben, als der deutschen; habe es aber nicht unterlassen können, den mehreren Reichthum unserer Sprache in einer Note zu §. 3 anzuzeigen. Einigen Ersatz hat die französische Sprache darin, daß man die qualitative Verschiedenheit des Klanges in Hinsicht auf die Würkung, wofür man im Deutschen keinen bestimmten Ausdruck hat, durch das Wort timbre bezeichnen kann.

Zu §. 9. in Verbindung mit §. 244.

In der musikalischen Zeitung, V. Jahrgang, N. 50, ingleichen in der Rezension meiner Akustik in der Jenaischen Literaturzeitung hat man mir ganz irrig angedichtet, als habe ich behauptet, daß das Wohlgefallen an Consonanzen auf einer Berechnung der Verhältnisse beruhe. Es ist mir aber nie eingefallen, etwas dergleichen zu behaupten; ich habe vielmehr deutlich genug geäußert, daß zwar der einzige Grund des Consonirens und Dissonirens in der mehrern oder mindern Einfachheit der Verhältnisse liegt, daß wir aber nicht nöthig haben, die Verhältnisse zu kennen oder zu berechnen, sondern das einfache und harmonirende Verhältnisse angenehmer auf unser Gefühl würken, als andere, und zwar in der Musik auf das Gehör, eben so, wie in der Baukunst und überhaupt in den bildenden Künsten auf das Auge. Wenn wir z. B. eine Octave hören, so finden wir, daß die beyden Töne fast einerley Würkung thun, und daß der eine nur eine Wiederholung des andern auf einer höhern Stufe ist. Der Grund davon liegt in nichts andern, als weil die beyden Töne sich wie 1:2 verhalten und also der eine das Doppelte des andern ist; aber um den Eindruck zu empfinden, hat man nicht nöthig, das Verhältniß selbst zu kennen. Eben so ist es mit allen andern Tonverhältnissen.

Das erwähnte Mißverständniß ist daher entstanden, weil ich mich in §. 244. des Wortes: wahrnehmen, bedient habe, welches von dem Verfasser des Artikels der musikalischen Zeitung (wo es auch von der Redaction in einer Note richtig bemerkt worden ist), und von dem Recensenten in der Jenaischen Literaturzeitung (von welchen einer wahrscheinlich der Musikdirector Türk war), im Kantischen Sinne, also für eine

Wahrnehmung vermittelst des Verstandes, ist angenommen worden; ich habe aber das Wort im Sinne des gemeinen Lebens, überhaupt für gewahr werden, gebraucht, es sey vermittelst des Verstandes, oder vermittelst der Sinne, wo ich mich freylich eben sowohl des Wortes: empfinden, hätte bedienen können. Auch habe ich nichts von Wahrnehmen der Verhältnisse gesagt, sondern nur von Wahrnehmen der Resultate solcher Verhältnisse, d. i. der mehr oder weniger angenehmen Eindrücke derselben. Zu Vermeidung ähnlicher Misverständnisse sehe ich mich genöthigt, ein für allemahl zu erklären, daß in allem, was ich je geschrieben habe, oder schreibe, schlechterdings kein Ausdruck in dem Sinne irgend einer philosophischen oder andern Schule zu verstehen ist, sondern alles blos in dem Sinne des gemeinen Lebens. Wo ich damit nicht ausreiche, und mich eines andern Ausdrucks bedienen muß, erkläre ich ihn vorher, wenn es nicht ein schon allgemein angenommener Kunstausdruck ist.

Zu §. 18.

Bey der verminderten Septime muß es anstatt $\frac{3}{5} \times \frac{25}{24}$ heißen $\frac{3}{5} \times \frac{24}{25}$.
Bey der falschen Quinte ebenfalls anstatt $\frac{25}{24}$, $\frac{24}{25}$.
Bey der übermäßigen Terz ist anstatt $\frac{24}{25}$, zu lesen $\frac{25}{24}$.

Zu §. 25.

Bey der großen Secunde muß es anstatt $0{,}8888\frac{1}{9}$ heißen $0{,}8888\frac{8}{9}$.

Zu §. 27.

In der 15ten Zeile ist bey $\frac{16}{19}$ anstatt $0{,}8157\frac{17}{19}$ zu lesen $0{,}8421\frac{1}{19}$.

Zu §. 28.

Was hier über die arithmetische und harmonische Theilung der Octave gesagt ist, habe ich in der französischen Umarbeitung weggelassen, weil es überhaupt etwas überflüssiges ist, und alle Tonverhältnisse sich, ohne davon Gebrauch zu machen, bequem haben entwickeln lassen. In der deutschen Ausgabe mußte ich es historisch erwähnen, weil so manche älteren deutschen Schriftsteller diese Art der Theilung als etwas für die Entwickelung der Tonverhältnisse unentbehrliches ansahen.

Zu §. 29.

In der deutschen Sprache und in denen, welche damit verwandt sind, hat man bekanntermaßen Zeichen und Ausdrücke für die Töne in verschiedenen Octaven, welche man durch große oder kleine Buchstaben und durch 1, 2, 3 oder mehr darüber gesetzte Striche unterscheidet; aber in der französischen und italienischen Sprache giebt es schlechterdings keine Zeichen und Ausdrücke dafür, und ich habe mich in vielen musikalischen Lehrbüchern und bey mehreren der vorzüglichsten Musikmeister vergeblich darnach erkundigt. Wenn ja von einem Tone in irgend einer bestimmten Octave die Rede ist, so wird er entweder durch Noten ausgedrückt, oder durch irgend eine willkührliche Umschreibung bezeichnet. Nun hatte ich aber für die französische Umarbeitung der Akustik Zeichen für die Töne in jeder Octave nöthig, um Tabellen über die Tonverhältnisse, deren jede Art von klingenden Körpern fähig ist, zu liefern; ich mußte mir also erst selbst diese Zeichen schaffen. Ich sah in dieser Absicht das tiefste C des Klaviers oder Violoncells als die Grundlage an, und bezeichnete dieses, so wie alle Töne in der Octave von C bis c (nach den dort üblichen Benennungen: ut, re, mi, fa u. s. w.) durch Hinzufügung der Zahl 1, die in der folgenden Octave von c bis $\bar{c}$ durch die hinzugefügte Zahl 2, u. s. w. Um unserer Sprache Gerechtigkeit wiederfahren zu lassen, habe ich die mehrere Ausbildung derselben in dieser Hinsicht in einer Note zu §. 29 der franz. Ausg. bemerkt. Diejenigen, welche auf Veranlassung meiner Akustik seitdem weitere Untersuchungen über Flächenschwingungen u. s. w. anstellen, bedienen sich meiner Bezeichnungsart.

In der französischen Ausgabe habe ich die Bemerkungen über die absoluten Geschwindigkeiten der Schwingungen dem vorausgeschickt, was über die relativen Geschwindigkeiten, oder über die Tonverhältnisse zu sagen war, weil ich diese Ordnung für natürlicher hielt.

Zu §. 47, 48, 49.

Hier habe ich zwar gelegentlich etwas über die verschiedenen Arten der klingenden Körper überhaupt gesagt; ich halte aber für dienlich, zu bequemerer Uebersicht der Ordnung, in welcher ich sie abgehandelt habe, folgende Tabelle beyzufügen:

Klingende Körper können seyn

- durch Spannung elastisch
  - fadenförmig (Saiten), diese können schwingen
    - transversal.
    - longitudinal.
  - membranenförmig. (Pauken und Trommelfelle, und andere gespannte Membranen).
- durch Druck elastisch. (die in Orgelpfeifen und andern Blasinstrumenten, eingeschlossene Luft, welche Longitudinalschwingungen macht).
- durch innere Steifigkeit elastisch
  - fadenförmig
    - gerade (Stäbe). Die Richtung der Schwingungen kann seyn
      - transversal.
      - longitudinal.
      - drehend.
    - gekrümmt (Gabeln, Ringe u. s. w.)
  - membranenförmig
    - gerade (Scheiben).
    - gekrümmte (Glocken, Gefäße, und andere krumme Flächen).

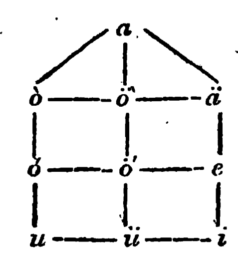
Auf diese Art ist kein klingender Körper möglich, der nicht unter einer von diesen Rubriken einen schicklichen Platz fände.

Zu §. 64.

Ueber die Eintheilungen einer gespannten rectangelförmigen Membrane in aliquote Theile finden sich Berechnungen von Biot in dem 4ten Theile der Mémoires de Mathematiques et de Physique de l'Institut de France.

Zu §. 68.

In meiner französischen Umarbeitung der Akustik habe ich zu dem wenigen, was hier über die menschliche Stimme gesagt ist, etwas über die Hervorbringung der Vocale hinzugefügt, welche man eigentlich im Deutschen nicht Selbstlauter (weil sonst die auch ohne Vocal aussprechbaren Consonanten: m, n, w, f, l, r, s, sch, auch hieher gerechnet werden könnten), sondern Stimmlauter nennen sollte. Es sind 10 Vocale möglich, deren Hervorbringung auf verhältnißmäßigen Verengerungen der äußern oder der innern Theile des Mundes beruht. Sie werden sich am besten in folgendem Schema darstellen lassen:



Bey dem Vocale a bleiben die äußern sowohl, als die innern Theile des Mundes ganz offen. Von diesem a an giebt es drey Reihen von Vocalen:

1) Wo das Innere des Mundes offen bleibt, und das Aeußere sich verengert: (in der französischen Ausgabe sind durch einen Druckfehler die Worte extérieur und intérieur verwechselt).

a,

ò, welches ich im französischen o ouvert genannt habe, und zu dessen Bezeichnung hier der gravis, so wie zum ó der acutus angewendet worden ist, so wie im Französischen zur Unterscheidung des è und é geschieht. Dieser Mittellaut zwischen a und o findet sich in mehrern englischen Worten; ingleichen auch im Dänischen, wo er durch aa, und im Schwedischen, wo er durch å ausgedrückt wird. Auch im Italiänischen kommt er häufig vor, wie z. B. in Roma, oder in der zweyten Sylbe von astronomo u. s. w.

ó, das gewöhnliche o im Deutschen.

u, welches im Französischen durch ou, im Holländischen durch oe, und im Englischen durch oo ausgedrückt wird.

2) Wo das Aeußere des Mundes offen bleibt, und das Innere (der Zungenkanal) sich verengert:

a,

ä, welches im Französischen durch è oder ai bezeichnet wird,

e, im Französischen é,

i.

3) Wo sowohl das Aeußere als das Innere sich verengert:

a,

ö', wie im Französischen in bonheur, coeur u. s. w. ein Mittellaut zwischen ò und ä.

ö', das gewöhnliche ö, wie z. B. in dem Worte: hören, oder im Französischen in affreux. Im Holländischen wird es, wie im Französischen, durch eu, im Dänischen und Schwedischen wird es, wie im Deutschen, durch ö ausgedrückt. Es ist ein Mittellaut zwischen o und e.

ü, welches ein Mittellaut zwischen u und i ist, wird im Dänischen und Schwedischen durch y, und im Holländischen wie im Französischen durch u ausgedrückt.

Man kann einen dieser Vocale nicht nach dem andern aussprechen, ohne ganz flüchtig die Zwischenvocale zu berühren. Zwischen zweyen benachbarten Vocalen sind noch viele kleine Zwischenstufen möglich, und die hier angegebenen sind eigentlich nur als die Hauptintervalle anzusehen.

Diphthongen giebt es so viele, als es Möglichkeiten giebt, zwey Vocale in einer Sylbe auszusprechen, so ist z. B. ui, wie etwa im deutschen Worte: Pfui, ein Diphthong, aber ü ist ein Vocal.

Die Consonanten sind, meines Erachtens, von Olivier in seinem orthoepographischen Lehrbuche recht gut geordnet und abgehandelt worden.

Vortrefliche Belehrungen über die Stimme der Vögel, der Säugthiere und der Reptilien hat Cuvier in seinen Leçons d'Anatomie comparée, tome IV, gegeben. Ein Auszug aus seinen Bemerkungen über die Stimmwerkzeuge der Vögel findet sich in der musikalischen Zeitung, XIV. Jahrg. No. 11.

Außer der in meiner Akustik erwähnten Sprachmaschine von Kempelen habe ich noch 2 gesehen, die dieser sehr ähnlich, und wahrscheinlich nach der von Hrn. von Kempelen gegebenen Anleitung gebaut waren; eine bey dem Geh. Rath und Leibarzt Loder, und eine in Anspach von dem Hofkammerrath Wezel verfertigte.

Zweyte Anmerkung zu §. 68.

In der Schrift von D. Liskovius: Theorie der Stimme (Leipzig 1814) S. 24, ist das, was ich im 68sten §. gesagt habe, sehr misverstanden worden, indem behauptet wird, ich ließe die Stimme etwa so, wie die Töne einer Pauke entstehen, und schriebe nicht sowohl den Stimmbändern, sondern vielmehr den darüber ausgespannten Häuten Schwingungen zu, wodurch die Töne hervorgebracht würden. Dieses Misverständniß kommt daher, weil er, wenn ich von Membranen spreche, dieses Wort im anatomischen Sinne nimmt, dahingegen ich hier und auch sonst in meiner Akustik



dieses Wort im physikalischen Sinne nehme, wo ich alles so nenne, was nicht als gespannte Faser, sondern als gespannte Fläche schwingt, so daß also die ganzen Stimmbänder in diesem Sinne nichts anders, als eine in der Mitte getheilte Membrane sind. Die Hervorbringung der Stimme hat übrigens nichts ähnliches mit den Tönen einer Pauke, sondern vielmehr mit den (in §. 70 kurz beschriebenen) Rohrwerken in einer Orgel, wie auch Cuvier richtig bemerkt hat. Wenn die Stimmbänder **in der Richtung der Länge gespannt werden**, so wird auch die dazwischen befindliche Ritze **enger**, und der Ton der Stimme **höher**, (nicht tiefer, wie S. 19 gesagt wird). Dodart hat also eben sowohl Recht, wenn er die Höhe und Tiefe der Töne einer Verengung und Erweiterung der Stimmritze zuschreibt, als Ferrein, welcher sagt, es hänge von einer mehrern oder mindern Spannung der Stimmbänder ab, weil eines ohne das andere nicht seyn kann. Bey den Rohrwerken findet, wiewohl in anderer Art, etwas ähnliches Statt, indem, wenn man durch Niederdrücken der Krücke die messingene elastische Membrane, die man Zunge nennt, verkürzt, zugleich auch die Ritze, durch welche die Luft strömt, verengert wird, so daß also beydes gemeinschaftlich zur Erhöhung des Tones beyträgt. Auch wird die Veränderung des ganzen Kanales in Ansehung der Weite und Länge (letztere durch mehreres oder minderes Heraufziehen des Kehlkopfes) etwas zur Bestimmung des Tones beytragen, so wie bey Rohrwerken durch Anbringung einer größern oder kleinern Pfeife auf demselben Mundstücke der Ton auch verändert wird, wiewohl in einem weit geringeren Verhältnisse, als bey andern Orgelpfeifen und Blasinstrumenten.

Wenn ich übrigens gesagt habe: „es ist fast unbegreiflich, wie viele Veränderungen des Tones bey einer so geringen Veränderung dieser Oeffnung können Statt finden,“ so habe ich dadurch nicht etwa, wie es in der angeführten Schrift verstanden worden ist, eine Einwendung oder Schwierigkeit angedeutet, sondern ich habe nur damit sagen wollen, es sey auffallend, von welchen geringen Verschiedenheiten dieses abhänge. Bey Rohrwerken wird die zur Hervorbringung höherer oder niedrigerer Töne erforderliche Veränderung desselben Mundstückes durch Auf- oder Niederwärtsdrücken der Krücke auch nicht beträchtlicher seyn, besonders was die Weite der Ritze betrift, durch welche die Luft strömt.

Zu §. 69 bis 74.

Wer sich in aller Kürze über das Wesentlichste des Orgelbaues belehren will, dem sind die Zusätze in der musikalischen Zeitung, XIII. Jahrg. No. 33 und 34, und XIV. Jahrg. No. 34, 35, 36, zu empfehlen.

Zur Verbesserung der Rohrwerke in der Orgel, besonders zu Verminderung der so leichten Verstimmbarkeit, hat Strohmann, Mechanikus in Frankenhausen, im XIII. Jahrgange der musikalischen Zeitung, No. 9, Vorschläge gethan. In No. 23 desselben Jahrganges bemerkt Uthe, (jetzt Hof-Orgelbauer in Dresden), daß er dieselben Ideen ausgeführt habe, und von selbst auf diese Verbesserungen gekommen sey, welche hauptsächlich in einer richtigen Abstimmung des Blattes bestehen. Die Töne verhalten sich, wie die umgekehrten Quadrate der Länge der Zungen, und wie die Quadratwurzeln der Steifigkeit.

Ein geschickter Künstler in Paris, Grenié, der sich früher mit gutem Erfolge mit Vervollkommnung der Harmonika beschäftigte, hat Mittel gefunden, um Rohrwerke so einzurichten, daß man die Stärke und Schwäche des Klanges und das Anwachsen und Verschwinden desselben durch mehrern oder mindern Druck auf die Tasten in seiner Gewalt hat. Als ich in Paris war, arbeitete er an einem Instrumente dieser Art, welches nur in einem Register bestehen sollte. Späterhin hat er es vollendet, und dem französischen Institute zur Prüfung vorgelegt, welches sehr vortheilhaft darüber geurtheilt hat. Er hat sich hernach ein brevet d'invention darüber geben lassen. Er sagte mir, daß er hoffte, auch in der Folge Flötenwerke so einrichten zu können, daß man die Töne stärker oder schwächer hervorbringen könnte. Wenn es ausführbar ist, traue ich ihm zu, daß er es leisten werde. Von einer Verschiedenheit der Stärke und Schwäche durch Auf- und Zuthun einer Klappe ist hier nicht die Rede, denn dieses ist etwas sehr Unvollkommenes, da es zwar auf das Ganze, nicht aber auf den zu einem jeden einzelnen Tone erforderlichen Ausdruck würkt.

Bekanntermaßen haben die geschickten Mechaniker, Mälzel in Wien, und hernach Kaufmann in Dresden, Automate verfertigt, wo die verschiedenen Töne einer Trompete, welche man durch Blasen mit dem Munde hervorbringen kann, durch eine daran angebrachte mechanische Vorrichtung hervorgebracht werden, welche eine Art von Nachahmung der menschlichen Stimmwerkzeuge ist. Beyde Maschinen leisten viel, und

um zu entscheiden, welche besser sey, müßte man sie zusammen hören. Daß es ein Automat ist, welches die Gestalt eines Trompeters hat, ist etwas Unwesentliches, und kann nur das größere, aus Nichtkennern bestehende Publikum interessiren; aber das Wesentliche der Sache ist in physikalischer Hinsicht interessant. Es ist hierbey keine Täuschung, und Hr. Mälzel hat die Gefälligkeit gehabt, mir das Wesentliche der Einrichtung außer der Maschine zu zeigen, nebst einigen Experimenten über die willkührliche Hervorbringung der verschiedenen Töne einer Trompete, durch den in der Hand gehaltenen Mechanismus. Man könnte auch eben sowohl eine Claviatur daran anbringen. Bemerkungen darüber von C. M. von Weber finden sich in der musikalischen Zeitung, XIV. Jahrg. No. 41. In No. 51 desselben Jahrganges werden Vorschläge gethan, diese mechanische Vorrichtung zu einer neuen Art von Orgelregister zu benutzen, welches allerdings recht gut, und nicht sehr kostspielig seyn könnte, da man nur sehr wenige Trompeten nöthig haben würde, weil dieselbe Trompete zu mehreren Tönen anwendbar wäre. (Beyläufig bemerke ich, daß, wenn durch einen solchen Mechanismus, so wie auch wohl von manchem geschickten Horn- oder Trompeten-Bläser bisweilen auf derselben Trompete zwey Töne zugleich hervorgebracht werden, dieses weder, wie Manche geglaubt haben, eine Täuschung, noch etwas Wunderbares ist, weil an jedem klingenden Körper, und also auch an der in dem Blasinstrumente enthaltenen Luftstrecke, zwey Schwingungsarten, die sich einzeln hervorbringen lassen, auch zugleich Statt finden können, ohne daß eine die andere hindert, und es auf einer Trompete allemahl zwey benachbarte Töne sind, wobey das Anblasen so beschaffen seyn muß, daß es zwischen der zu Hervorbringung des einen und des andern Tones erforderlichen Weise die Mitte hält.)

Zu §. 77.

Unter den vorzüglichsten Schriften über Blasinstrumente verdienen einige Aufsätze von Joh. Heinr. Liebeskind, Oberappellationsrathe zu München, über die Flöte, in dem IX., X. und XIIten Jahrgange der musikalischen Zeitung, erwähnt zu werden, da sie nicht nur den Praktiker interessiren können, sondern auch vieles enthalten, was als Zuwachs oder Berichtigung der Theorie anzusehen ist. Es wäre sehr zu wünschen, daß der Verfasser sich entschlösse, bald das ganze Werk, von dem dieses Bruchstücke sind, bekannt zu machen. Vielen von ihm angestellten Experimenten zu Folge, widerlegt und berichtigt er einige Behauptungen Lamberts, und auch ein Paar Aeußerungen in mei-

ner Musik, worin es mir um desto leichter wird, nachzugeben, da ich über Blasinstrumente nicht selbst Untersuchungen angestellt habe, und also nur das benutzen und verarbeiten konnte, was Andere auf dem Wege der Theorie oder der Erfahrung gefunden hatten. Ich halte für nützlich, einiges von dem Inhalte dieser Abhandlungen hier kurz anzuzeigen.

Im IX. Jahrgange, No. 6 und 7. Daß die Töne sich wie die Längen verhalten, ist bey longitudinalem Anblasen wahr, aber bey dem transversalen Anblasen verhält es sich etwas anders. Es kommt hier darauf an, in welcher Entfernung von dem verschlossenen Ende sich die Mündung (embouchure) befindet. Auch hat bey dem transversalen Anblasen das Verhältniß der Weite zur Länge einen bedeutenden Einfluß auf die Bestimmung des Tones. Durch Verdoppelung der Weite ward der Ton um eine Terz tiefer. Eine konische Röhre am engern Ende angeblasen, klingt tiefer, als an der Basi. Zusammendrückung des engern Endes macht den Ton tiefer, (ganz natürlich, weil sich alsdann die Beschaffenheit der Röhre mehr der einer gedeckten Pfeife nähert); Zusammendrückung des weitern Endes macht ihn höher.

Das Ausziehen einer Flöte erregt Mistöne, u. s. w.

Im X. Jahrgange, No. 7, 8, 9, 10. Von dem Einflusse der Wärme und Kälte auf die Stimmung der Flöte. Nach dem Verfasser beträgt die Veränderung bey den in unserm Clima gewöhnlichen Verschiedenheiten der Temperatur nicht so viel, als man gewöhnlich annimmt, sondern etwa einen Viertelston. Von der Möglichkeit, die reine Stimmung einer Flöte durch ungeschicktes Blasen zu vernichten. Werden die Töne durch Verstärkung des Windes höher? Es wird nicht durch die Verstärkung des Windes bewürkt, sondern es kann bey Verstärkung des Windes eintreten. Von den natürlichen Mitteln der reinen Antönung der Flöte. Hier werden einige Behauptungen Lamberts widerlegt.

In ebendemselben Jahrgange, No. 47, 48, 49. Ueber den mechanischen Entstehungsgrund der harmonischen Töne auf der Flöte. Es ist bekannt, daß bey derselben Art des Greifens auf der Flöte außer einem tiefern Tone oder Grundtone höhere harmonische Töne durch gewisse Verschiedenheiten des Anblasens können hervorgebracht werden. Ohngeachtet jeder Flötenbläser dieses praktisch auszuüben weiß, wird doch der Grund davon fast von jedem Schriftsteller anders angegeben. Der Verf. trägt zuerst die Erklärungsarten Anderer vor, und sodann seine eigene. Man hat nähmlich geglaubt, die harmonischen Töne werden hervorgebracht: 1) durch Verengung des Mundloches, wie Quanz; 2) durch Erweiterung der Mündung; 3) durch Verengung der Flötenmündung und Ver-

engung der Lippen, um die Windmasse zu vermindern, wie Devienne und der Verfasser der Flötenschule des Pariser Conservatorium; 4) durch Verstärkung des Windes, wie Dodart und Andere, welchem aber die Erfahrung widerspreche; (hier muß ich bemerken, daß wenn ich im 67sten §. der Akustik, in der Mitte der 81sten Seite gesagt habe, daß, je mehr die Heftigkeit des durch eine enge Ritze, etwa in einem Fenster, streichenden Windes zunimmt, der Ton desto höher wird, gar nicht die Rede von höhern harmonischen Tönen, oder überhaupt von Blasinstrumenten ist, sondern ich habe nur damit sagen wollen, daß bey dem Sausen oder Heulen des durch eine enge Spalte streichenden Windes derselbe unvollkommene und öfters kaum zu bestimmende Grundton um desto mehr in die Höhe gezwängt wird, je heftiger der Luftzug ist, welches gewiß jeder sich erinnern wird, oft genug bey einem heftigen Sturmwinde durch die Erfahrung bestätigt gefunden zu haben;) 5) durch Verstärkung des Windes und größere Spannung der Lippen, nach Daniel Bernoulli; 6) durch Verstärkung des Windes und zugleich Verengerung entweder der Flötenmündung, oder der Oeffnung zwischen den Lippen, nach Haller, und nach dem, was ich im 71sten §. der Akustik Andern zufolge gesagt habe; (daß das, was von mir im 67sten §. gesagt ist, keine Beziehung auf das Anblasen der Flöten hat, und nicht hieher gehört, habe ich schon vorher bey No. 4 bemerkt;) 7) durch Verstärkung des Windes und Verengung der Flötenmündung und der Oefnung zwischen den Lippen, nach Vaucanson und Tromlitz.

Hierauf stellt der Verfasser seine eigene Erklärungsart auf, nach welcher es geschieht; 8) durch Verschiedenheit des Winkels. Eine genaue Bestimmung dieses Winkels nach Graden vermochte er nicht zu geben, weil ihm die Vorrichtungen zu genauen Versuchen dieser Art fehlten. Allein wenn man sich in der Flöte unter ihrer Mündung senkrecht ein längliches Viereck denken will, dessen kleine Seite dem Durchmesser ihrer Mündung gleich ist, so versagen die Grundtöne wahrscheinlich schon alsdann, wenn der Luftstrahl unter einem größern Winkel in die Flöte strömt, als der seyn müßte, den die Diagonale dieses eingebildeten Parallelogramms beschreiben würde. Die Erfahrung lehrt: 1) daß unter einem rechten Winkel, oder senkrecht, die Flötenmündung als Basis angenommen, der aus dem Munde dringende Luftstrahl keinen Ton erzeugen kann, 2) daß der Winkel allemahl ein spitziger Winkel seyn muß, 3) daß die höchsten Töne würden desto leichter ansprechen, je spitziger der Einfallswinkel des Luftstrahls ist, 4) daß unter einem eben so spitzigen Winkel die Grundtöne versagen. Es ist also, nach dem Verf.,

der mechanische Entstehungsgrund der Grundtöne sowohl, als der harmonischen Töne in den verschiedenen Richtungen oder Winkeln zu suchen, unter welchen der Luftstrom vermittelst der Lippen in die Flöte gebracht wird. (Mir kommt es nicht zu, hierüber zu entscheiden, da ich keine Versuche darüber anstellen kann, weil ich die Flöte nicht zu blasen weiß; indessen wird mir der von dem Verf. angegebene Entstehungsgrund um desto wahrscheinlicher, da ich mich erinnere, mehreremahl bemerkt zu haben, daß Flötenbläser zu Hervorbringung der höheren Töne die Flöte mehr nach außen drehen, so daß also der Wind unter einem spitzigern Winkel einfallen muß.) Zuletzt untersucht der Verfasser, was für Einfluß das Herauf- und Herunterziehen des Kehlkopfes hierauf hat.

In dem XIIten Jahrgange der musikalischen Zeitung giebt derselbe Verfasser noch einige Bemerkungen über die Doppelzunge.

Noch ein Aufsatz von einem Ungenannten über die Fehler der bisherigen Flöten, nebst Vorschlägen zu deren besserer Einrichtung findet sich in dem Vten Jahrgange der musikal. Zeitung No. 37, 38, 39, 41.

Ueber die Klarinette finden sich Bemerkungen in dem Xten Jahrgange der musikal. Zeitung No. 24 und 25, und über die Hoboe, mehr praktisch, als theoretisch, im XIVten Jahrgange No. 5.

Zu §. 78.

Untersuchungen über die sogenannte chemische Harmonika, von D. Zenneck in Stuttgard, finden sich im Schweiggerschen neuen Journale für Chemie und Physik, im 1sten Hefte des 14ten Bandes, S. 14.

Zu §. 105.

Ich wiederhole hier die Bemerkung, daß wenn feiner Staub aufgestreut wird, dieser in kleine Klümpchen zusammengeballt auch auf dem Mittelpunkte der Schwingungen (wo die Excursionen am weitesten sind) sich anhäuft. Diese Stellen können mehr oder weniger rund, oder länglich u. s. w. erscheinen, nachdem die Gestalt des schwingenden Theils verschieden ist. Da diese allgemeine Bemerkung hinreicht, um sich einen Begriff davon zu machen, so habe ich es in den Figuren, um sie nicht zu überladen, absichtlich nicht dargestellt. In meinen Entdeckungen über die Theorie des Klanges habe ich ein Paar solche Figuren gegeben.

Zu §. 114.

Wie an einer Quadratscheibe und auch an Rectangelscheiben manche Schwingungsarten sich auf zwey verschiedene Arten, nähmlich mit einwärts gehenden oder mit auswärts gehenden Biegungen der äußern Linien zeigen können, wo in dem ersten Falle der Ton tiefer ist, als in dem andern, das ist hier an Quadratscheiben in der ersten Abhandlung, und an Rectangelscheiben zu Anfange der zweyten Abhandlung, besser aus einander gesetzt, als im 114ten §.

Zu §. 115 und 116.

Diese beyden Paragraphen und besonders die Note zu §. 116 werden durch die hier befindliche erste Abhandlung ganz überflüßig gemacht.

Zu §. 133.

Die in diesem §. gezeigte Identität der Schwingungsarten einer Rectangelscheibe, wo eine der Länge nach gehende Knotenlinie von solchen, die in die Queere gehen, durchschnitten wird, mit den drehenden Schwingungen eines Stabes möchte in der Folge vielleicht das einzige Mittel an die Hand geben können, um die Schwingungen einer Fläche, zu deren theoretischen Bestimmung die höhere Analyse in ihrem gegenwärtigen Zustande nicht hinreicht, dem Calcul zu unterwerfen. Der Anfang zu weiteren Fortschritten müßte darin bestehen, daß man eine allgemeine Gleichung zu finden suchte für die drehenden Schwingungen eines cylindrischen oder prismatischen Stabes, dessen beyden Enden frey sind, und wo bey der ersten Schwingungsart in der Mitte ein Schwingungsknoten ist, und bey der folgenden zwey in der Entfernung des vierten Theils der Länge von den Enden u. s. w. Bey den sehr kleinen Excursionen, welche die um die Axe des Stabes (d. i. um die mittlere Longitudinalfaser desselben) sich abwechselnd links und rechts drehenden Theile des Stabes machen, und welche um desto kleiner sind, je näher sich ein Theilchen an der Axe oder an einem Schwingungsknoten befindet, wird die Bewegung einer jeden einzeln betrachteten Longitudinalfaser eine krumme Linie bilden, die sich nicht auf einer Ebene, wohl aber auf einer cylindrischen Fläche wird beschreiben lassen. Die Töne werden sich bey den verschiedenen Bewegungen verhalten, wie die umgekehrten Längen der Theile, in welche sich der Stab eintheilt, wobey man allemahl einen an dem einen Ende befindlichen Theil als die Hälfte eines zwischen zwey

Schwingungsknoten befindlichen Theiles ansehen muß. Hat man für diese Schwingungsarten die gehörigen Ausdrücke und Berechnungsarten gefunden, so bemühe man sich, diese auf manche im Wesentlichen ganz damit übereinkommenden Bewegungsarten einer etwas breitern Rectangelscheibe, wie in der Akustik Fig. 49 und 50, wie auch 63 und 66 a überzutragen. Hier stellt nähmlich die in die Länge gehende Knotenlinie die Axe des Stabes bey seinen drehenden Schwingungen vor, und die in die Quere gehenden Knotenlinien sind ebendasselbe, was die Schwingungsknoten eines sich so bewegenden Stabes sind. Außer dem, was im 97sten und 98sten §. über drehende Schwingungsarten gesagt ist, finden sich noch einige Erläuterungen hierüber in §. 105, 109 und 132, 3. Für zusammengesetztere Schwingungsarten, wo nach zweyerley Richtungen mehr als eine Knotenlinie ist, müßte man die Scheibe so betrachten, als ob sie aus mehrern solchen an ihren Seiten zusammengesetzten Theilen bestände. Hätte man es dahin gebracht, die Schwingungen einer Rectangelscheibe durch die Theorie auf eine der Erfahrung gemäße Art bestimmen zu können, so würde ebendieselbe Theorie auf Scheiben von anderer Gestalt anzuwenden seyn. So sind z. B. Fig. 99 bis 102 ebendasselbe für eine runde Scheibe, Fig. 183 bis 187 für eine elliptische Scheibe, Fig. 64 und 69 für eine Quadratscheibe in diagonaler Richtung als Rhomb betrachtet, u. s. w. Auf diesem Wege, welcher mir der einzige richtige zu seyn scheint, würde indessen auch jeder Schritt mit fast unübersehbaren Schwierigkeiten verbunden seyn.

Ehe man übrigens nicht, wie schon in der Anmerkung zu §. 105 gesagt ist, für die in der Akustik in Fig. 45 a bis e, und in dieser Schrift noch vollständiger in Fig. 66. dargestellten Abänderungen der Gestalt und der Bewegung, ohne Veränderung des Tones, welche als die ersten Elemente aller Klangfiguren anzusehen sind, einen allgemeinen Ausdruck gefunden hat, läßt sich gar nicht behaupten, daß man in dieser Theorie einen beträchtlichen Fortschritt gemacht habe.

Zu §. 145.

Durch einen Druckfehler ist zu Anfange dieses §. zwischen 5 : 3 und 11 : 3, 8 : 3 ausgelassen.

Das in diesem §. aufgestellte Naturgesetz habe ich in der französischen Akustik, und auch hier in der zweyten Abhandlung, III, mehrerer Deutlichkeit wegen so ausgedrückt: An elliptischen Scheiben in den Verhältnissen der Axen 5:3, 8:3, 11:3, 14:3, (oder über-

haupt, wenn n, von 2 angerechnet, eine ganze Zahl bedeutet, (n 3 — 1) : 3) bilden die Töne aller Schwingungsarten, wo Linien in die Länge gehen (einen länglichen Kreis für 2 solche Linien gerechnet) nur eine einzige Reihe, und wenn man in dem Verhältnisse 5 : 3 eine Längenlinie als das Doppelte einer Querlinie, in dem Verhältnisse 8 : 3 als das dreyfache, in dem Verhältnisse von 11 : 3 als das vierfache, u. s. w. (in Hinsicht auf die Würkung) ansieht, so geben alle die Schwingungsarten einerley Ton, bey welchen die Summe der Linien (wenn Q Querlinien, und L Längenlinien bedeutet, Q + n L) dieselbe ist.

In der zweyten hier befindlichen Abhandlung, III, habe ich gezeigt, wie diese Reihen mit Reihen von Tönen einer runden Scheibe von gleichem Durchmesser, wie die längere Axe der Ellipse, übereinstimmen.

Zu §. 165.

Zu Paris sah ich Scheiben von dem Chinesischen Instrumente King, deren Gestalt einen Wallfisch oder einen Drachen vorstellen sollte, theils von Glas, theils von einer basaltartigen schwärzlichen Steinart, mit mancherley eingeschliffenen Figuren. Das Loch zum Aufhängen derselben an einem Faden fiel allemahl auf eine Knotenlinie; die Gestalt war also etwas unwesentliches.

Noch ist ein anderes Chinesisches Instrument zu erwähnen, welches in Frankreich Tamtam, in Deutschland, Dänemark u. s. w. Gonggong genennt wird, und aus Glockenmetall gegossen ist, das nach Klaproths Analyse aus 78 p. C. Kupfer und 22 Zinn besteht. Das erste solche Instrument sah ich in Dresden bey dem Kapellmeister Naumann, und hernach verschiedene in Kopenhagen und in Paris. Es hat ungefähr die Gestalt eines Tambourin. Der Durchmesser kann ungefähr 1½ Fuß betragen; der Rand, welcher weit dicker ist, als die mittlere Fläche, kann etwa 2½ bis 3 Zoll hoch seyn. Es wird mit einem Klöppel geschlagen, der mit einer weichen Materie überzogen ist. Der Klang ist sehr stark, und mit einem lange nachhallenden Rasseln verbunden. In Kopenhagen ward es in einem Oratorium von Kunzen: Opstandelsen, (oder die Auferstehung), gebraucht, um das Erdbeben bey dem Tode Christi auszudrücken. In China gebraucht man es zu Signalen. Merkwürdig ist, daß an allen von mir gesehenen Instrumenten dieser Art auf der mittlern Fläche, die beynahe gerade, oder nur etwas weniges nach außen erhaben war, überall Vertiefungen bemerkbar waren, die man für Eindrücke eines großen Hammers halten könnte, in welchem Falle die durch das Bestre-

den sich auszudehnen vermehrte Elasticität der durch den stärkeren Rand zusammengedrückten Fläche das entgegengesetzte von der Elasticität einer gespannten Membrane seyn würde. Diesem widerspricht aber der Umstand, daß man in Paris Bruchstücke eines solchen Instrumentes weder warm, noch kalt, hämmerbar fand. Andere behaupten, diese Vertiefungen würden durch Eindrücke hervorgebracht, die man mit dem Finger in die Form gemacht habe.

Zu §. 173.

Eine uralte Handglocke von ungewöhnlicher Gestalt, deren sich der heilige Columbanus zum Zusammenläuten der Geistlichen, deren Abt er war, bedient hat, sah ich zu Paris bey dem (gegen deutsche Gelehrte sehr gefälligen) Bischoffe und damaligen Senator Grégoire. Oberwärts war keine zusammenhängende convexe Fläche, sondern (wo ich nicht irre, 10) Arme, die sich an dem Handgriffe vereinigten. Dieses kann eben sowohl zu dem stärkern und sehr nachhallenden Klange beygetragen haben, wie die mehrere Dünne des Halses bey den gewöhnlichen Glocken, weil die von dem Handgriffe entfernten Theile, welche am stärksten schwingen, weniger in ihren Bewegungen gehindert werden.

Zu §. 188.

Weder Romieu, noch Tartini, haben das Mitklingen eines tiefern Tones bey dem Angeben zweyer höhern Töne zuerst entdeckt, sondern es ist in Deutschland längst vorher bekannt gewesen. Der erste, so viel ich weiß, welcher es erwähnt hat, ist Georg Andreas Sorge; er sagt nähmlich in seiner Anweisung zur Stimmung der Orgelwerke und des Claviers (Hamburg 1744) S. 40: „Wie kommt es denn, daß „sich bey Stimmung einer Quinte 2:3 auch noch der dritte Klang in einer subtilen Mitt„nung meldet und mit hören läßt, und zwar allemahl eine Octave zu dem tiefern Klange „der Quinte? Die Natur hat darin ihr liebliches Spiel, und weiset, daß zu 2:3 die 1 „noch fehle, und sie solchen Klang gern dabey haben wolle, damit die Ordnung von 1, 2, „3, z. B. c, $\bar{c}$, $\bar{g}$, vollkommen sey. Daher kömmt auch, daß eine Quinte 3 Fuß den „Ton so vollkommen macht, und einen dritten Klang mit sich führet, der fast so stark ist, „als ein gelindes Gedackt. Und dieses thun nicht nur die Quinten, sondern auch die Ter„tien, u. s. w." (Die Notiz hat mir der Musikdirector Türk mitgetheilt). Auch in Sorgens Vorgemach der musikalischen Composition (1740) Cap. 5, §. 4

und 5, ist die Rede davon. Romieu hat es erst 1753 und Tartini 1754 erwähnt. Bemerkungen über dieses Mitklingen vom Kapellmeister A. E. Müller finden sich in der musikalischen Zeitung, XIV. Jahrg. No. 33.

Da ich in der zweyten Anmerkung zu diesem §. etwas über das sogenannte Orgelsimplificationssystem des Abt Vogler gesagt habe, so muß ich hier bemerken, daß es eigentlich ein Orgelverderbungssystem ist, wie man an der von ihm verdorbenen, aber seit einiger Zeit wieder hergestellten Orgel in der Marienkirche zu Berlin bemerken konnte, worüber unter andern das nachzulesen ist, was Schlimbach in dem zweyten Jahrgange der Berliner musikalischen Zeitung darüber gesagt hat.

Zu §. 200.

Unter die vorzüglichsten theoretischen Untersuchungen über die Verbreitung des Schalles durch die Luft gehören die von Poisson in dem Journal de l'Ecole polytechnique, tome VII., in welchen auf 3 Dimensionen zugleich Rücksicht genommen worden ist.

Zu §. 201.

Ueber die Schallversuche der Pariser Akademiker finden sich Bemerkungen von Gilbert in dessen Annalen der Physik XLIV. S. 177, und von Benzenberg in denselben Annalen XLVI. S. 315.

Benzenberg hat selbst genaue Versuche über die Schallverbreitung durch die Luft angestellt, und diese sowohl, als auch seine weitern Untersuchungen in Gilberts Annalen der Physik XXXV. 4. I, XXXIX, S. 136. XLII. 1, und auch einiges in der musikalischen Zeitung, XIV. Jahrg. No. 13, bekannt gemacht. Er bemerkt mit allem Rechte, daß man bisher in physikalischen Lehrbüchern (so wie es auch in meiner Akustik geschehen ist, weil ich nicht selbst Untersuchungen darüber angestellt, sondern nur die von Andern benutzt habe), bey Angabe der wirklichen Geschwindigkeit des Schalles, gewöhnlich zu 1038 bis 1041 Fuß in einer Secunde, nicht zugleich den Grad der Temperatur erwähnt hat, da doch die Geschwindigkeiten sich bey den verschiedenen Wärmegraden verhalten wie die Quadratwurzeln der Elasticitäten, welche den Wärmegraden gehören. Ich führe hier die neuere Tabelle an, welche er in Gilberts Annalen der Physik XLII. 1. gegeben hat, und für richtiger, als die vorher im XXXIXsten Bande gegebene erklärt, so daß man darnach die Geschwindigkeit bis

auf einen Fuß genau wissen kann, wenn die Luft ruhig ist, und man den Grad der Temperatur bis auf ½ Grad genau kennt.

Wärmegrad:	Dichtigkeit der Luft:	Geschwindigkeit des Schalles:
0°	1 : 10525	1027,0
1	1 : 10574	1029,8
2	1 : 10624	1031,8
3	1 : 10673	1034,2
4	1 : 10723	1036,5
5	1 : 10772	1038,9
6	1 : 10821	1041,2
7	1 : 10871	1043,7
8	1 : 10920	1046,0
9	1 : 10970	1048,4
10	1 : 11019	1050,7
11	1 : 11069	1053,1
12	1 : 11118	1055,4
13	1 : 11160	1057,4
14	1 : 11209	1059,8
15	1 : 11258	1062,0
16	1 : 11315	1064,7
17	1 : 11364	1067,0
18	1 : 11413	1069,6
19	1 : 11462	1071,6
20	1 : 11513	1074,0
21	1 : 11563	1076,3
22	1 : 11613	1078,6
23	1 : 11662	1080,9
24	1 : 11712	1083,2
25	1 : 11761	1085,5
26	1 : 11810	1087,8
27	1 : 11859	1090,1
28	1 : 11908	1092,3
29	1 : 11957	1094,6
30	1 : 12007	1096,9

In Gilberts Annalen XLIV. S. 397 findet sich ein Aufsatz von Munke über Messungen durch den Schall.

Zu §. 202.

Was für Einfluß die Wärme auf die Geschwindigkeit des Schalles hat, ist schon bey Gelegenheit des vorigen §. erwähnt worden. Ueber die Veränderungen durch den Wind, welche höchstens so viel, als dessen eigene Geschwindigkeit, betragen können, finden sich Bemerkungen von de Haldat in dem Journal de Physique Oct. 1814, p. 280.

Zu §. 203.

Fortsetzung dieses §. mit Weglassung der von mir zu Anfange der 226sten Seite geäußerten Meynung, oder mit einer solchen Abänderung, daß die Wärme-Entwickelung, wovon sogleich die Rede seyn soll, wohl könnte als die unbekannte chemische Eigenschaft anzusehen seyn, welcher ich damahls den Unterschied zwischen Erfahrung und Theorie zuschrieb:

V.) Eine neuere Erklärungsart der mehrern Geschwindigkeit des Schalles nach der Erfahrung, als nach der Theorie, welche die Aufmerksamkeit der Physiker am meisten erregt hat, ist die von Laplace, nach welcher sich die Erfahrung mit der Theorie vereinigen läßt, wenn man eine Wärme-Entwickelung durch die Zusammendrückung eines jeden Lufttheilchens mit in Anschlag bringt, welche dessen Elasticität vermehrt, und also die Bewegung beschleunigt. Diese Hypothese ist zuerst von Poisson im Journal de l'Ecole polytechnique, cah. 14, vorgetragen worden, ingleichen von Biot im Journal de Physique, tome LV; auch kann man darüber Gilberts Annalen der Physik, XIII. S. 358, und XVIII. IV. nachsehen. Biot gründet diese Erklärungsart besonders darauf, weil nach den von ihm angestellten Versuchen (Mémoires de Physique et de Chimie de la société d'Arcueil, tome II. p. 94. Gilberts Annalen der Physik, XXXIII. 2. X. und 4. II.) der Schall auch durch Dämpfe fortgeleitet wird. Ihm zufolge ist es nähmlich durch die von Delüc, Saussüre und Dalton angestellten Versuche erwiesen, daß die Quantität des Dampfes von Wasser, oder von irgend einer andern tropfbaren Flüssigkeit, welche sich in einem luftleeren Raume bildet, blos von der Größe dieses Raumes und von der Temperatur abhängt, so daß, wenn der Dampf zusammengedrückt wird, und die Temperatur dieselbe bleibt, ein Theil des Dampfes wieder in den Zustand einer tropfbaren Flüssigkeit zurückkehrt. Da nun jede Schwingung eines klingenden Körpers in einem solchen Raume den Raum nach der einen Seite ein wenig vermindert, und nach der entgegengesetzten Seite erweitert, so müßte also auf der einen Seite ein kleiner Theil des Dampfes in den tropfbaren Zustand zurückkehren, und auf der andern Seite ein kleiner Theil der tropfbaren Flüssigkeit sich in Dampf verwandeln, und diese kleinen Verdichtungen und Verdünnungen würden nur ganz nahe an dem klingenden Körper in dem ganz kleinen Raume Statt finden, den seine Schwingungen einnehmen; sie würden aber von da sich nicht weiter erstrecken, und es würde also die Erschütterung ganz und gar nicht durch die übrige Masse können verbreitet werden. Wenn aber die Schwingungen des klingenden Körpers durch ihren Druck auf die Dämpfe eine kleine Quantität von Wärme mechanisch entwickeln, so wird die zusammengedrückte kleine Portion von Dampf sich nicht in tropfbare Flüssigkeit verwandeln, und der Schall wird also durch die ganze Masse eben sowohl, wie durch luftförmige Flüssigkeiten, können fortgeleitet werden. Da nun die Erfahrung das letztere würklich lehrt, so scheint es, daß man allerdings berechtigt sey, eine Vermehrung der Elasticität durch Wärme-Entwickelung bey Bestimmung der Geschwindigkeit

des Schalles mit in Anschlag zu bringen. Die von einigen gemachte Einwendung, daß man doch durch das Thermometer sich müßte von einer solchen Wärme-Entwickelung überzeugen können, wenn sie würklich vorhanden wäre, sey von gar keiner Bedeutung, denn so kleine und augenblicklich vorübergehende Verschiedenheiten der Temperatur können eben so wenig auf eine merkliche Art auf das Thermometer würken, wie die kleinen abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen der Luft bey der Fortleitung des Schalles auf das Barometer.

Dagegen wird aber in Gilberts Annalen der Physik, XLII. S. 30, von Benzenberg, welcher ebenfalls Versuche über die Fortleitung des Schalles durch Dämpfe angestellt hat, eingewendet, die Geschwindigkeit werde bey 0° seyn, 1030 Pariser Fuß in einer Secunde, und nach der Theorie müsse sie 1026,6 seyn; aus dieser Uebereinstimmung scheine zu folgen, daß der Schall in Wasserdämpfen nicht durch freye Wärme beschleunigt werde. Bey Laplace's Vorstellungen müßte man annehmen, daß 84° Wärme frey würde, und diese Zusammendrückungen müßten also sehr stark seyn, da bey Verdichtungen bis auf das Doppelte erst 25° bis 30° Wärme frey werden. Wrede erklärt sich auch gegen die Vorstellungsart Laplace's, in Gilberts Annalen, XVIII. II., ingleichen auch Prechtl in Gilberts Annalen XXI. IV. III., welcher bemerkt, es scheine, daß, was Würkung ist, als Ursache angesehen werde, es scheine auch der Umstand übersehen zu seyn, daß, wie ein Theilchen der Luft comprimirt wird, das daneben liegende verdünnt werde, mithin müsse die Wärme sogleich in das benachbarte verdünnte übergehn, und alles sich gegenseitig aufheben.

VI.) Da die Daltonsche Lehre von der Luft auch zu Erklärung des Unterschiedes der Erfahrung von der Theorie in Ansehung der Geschwindigkeit des Schalles benutzt worden ist, so wird es nothwendig seyn, hiervon auch einiges zu erwähnen. Bemerkungen über diesen Gegenstand, von Benzenberg finden sich in Gilberts Annalen der Physik, XLII. S. 155. Olbers hat späterhin in dem Museum zu Bremen eine Vorlesung darüber gehalten, von welcher Benzenberg im XLIXsten Bande von Gilberts Annalen der Physik, S. 153, einen Auszug gegeben hat. Nach der Lehre Daltons ist nähmlich die Luft weder ein Gemeng, noch ein Gemisch, sondern jede Art von elastischer Flüssigkeit, woraus sie zusammengesetzt ist, verhält sich so, als ob die andern nicht da wären. Wenn das Barometer am Ufer des Meeres auf 28,18 Zoll steht, so trägt

die Stickluftatmosphäre	21,2356	Zoll,
die Sauerstoffatmosphäre	6,4986	—
die kohlensaure Atmosphäre	0,0278	—
der Wasserdampf	0,4200	—
	28,1820	—

Benzenberg äußert die Vermuthung, daß jede dieser Atmosphären den Schall allein fortpflanzt, aus den Gründen, weil für die Dampf-Atmosphäre die Berechnung eben so, wie bey dem Schalle die Erfahrung bey derselben Temperatur 1027,6 Fuß giebt, weil auch der Schall immer eine gewisse Dauer hat u. s. w. Olbers äußert dagegen, es sey alsdann unerklärbar, warum Blasinstrumente nicht 3 oder 4 verschiedene Töne gäben. Er wolle übrigens die Daltonsche Lehre nicht bestreiten, man könne aber aus ihr den Unterschied der Theorie von der Erfahrung in Ansehung der Geschwindigkeit des Schalles nicht erklären, aus folgenden Gründen:

1) Bey der Fortpflanzung des Schalles komme es nicht auf die specifische Elasticität einer jeden Luftart an, sondern blos auf die mittlere Elasticität des Gemenges, und die Schwingungen jedes Theilchens Azot müsse sich eben so gut jedem Theilchen Sauerstoff mittheilen, als jedem Theilchen Azot. Man könne hierbey denselben Beweisgrund wiederholen, den Euler gegen Mairan geführt, welcher die Luft aus Theilchen von verschiedener Elasticität zusammensetzen wollte.

2) Bey ruhiger See müßte man wenigstens einen dreyfachen Schall unterscheiden können, da keine Rückprallung Statt fände.

3) Wenn auch der Schall in Dämpfen die geforderten 1027 Fuß giebt, so geht er doch in der Sauerstoff- und Stickluft geschwinder, als nach der Theorie.

4) Ist es unmöglich, daß durch eine so dünne Masse Dampfatmosphäre, die das Barometer nur auf 0,42 Zoll hält, sich der Schall auf beträchtliche Weiten fortpflanzen könnte. Der Schall müßte auch auf große Entfernungen langsamer gehen, als auf kleine, weil man ihn dann nur durch die Azotatmosphäre hörte, und nicht mehr durch die Dampfatmosphäre.

Olbers erklärt sich also mehr für Laplace's Meinung. Man müsse annehmen, daß 79° R. ausgeschieden würden. Es würde die Theorie Laplace's vollendet seyn, wenn man fände, daß die Luft würklich um das 2fache oder 3fache zusammengedrückt,

und daher 29° R. frey würde. Bis dahin sey es erlaubt, zu glauben, daß noch andere Umstände hierauf Einfluß haben.

Zu §. 204.

Zu den Versuchen über die Töne der Gasarten in Orgelpfeifen zur Bestimmung der Geschwindigkeit, mit welcher sie den Schall fortpflanzen, habe ich die erste Idee gegeben, und sie auch, wiewohl bey weitem noch nicht so genau als möglich, zuerst ausgeführt, und den Naturforschern zur Wiederholung empfohlen, daher ich nichts dagegen haben kann, wenn Andere sie mit mehrerer Genauigkeit anstellen, als es von mir geschehen ist. Wie es zu erwarten war, stimmten manche von Andern erhaltenen Resultate mit den meinigen mehr oder weniger überein, manche aber fielen etwas anders aus. So hat sich z. B. das von mir bemerkte etwas tiefere Tönen des Stickgas, als der atmosphärischen Luft bey den Versuchen Anderer nicht bestätigt, daher ich es einem von mir nicht beachteten Nebenumstande zuschreiben muß. Die ersten Versuche nach den meinigen sind zu Cirencester in England von Kerby und Merrick angestellt worden, nach dem Journale von Nicholson. Dec. 1810, und Gilberts Annalen XXXVII. S. 493. Einige Zeit darauf hat sie Benzenberg mit noch mehrerer Genauigkeit angestellt, und in Gilberts Annalen, XLII. S. 12, Nachricht davon gegeben. Da dieser Aufsatz Benzenbergs viel Belehrendes enthält, gebe ich hier einen kurzen Auszug davon. Es scheint ein Irrthum zu seyn, wenn man glaubt, daß das specifische Gewicht der Luftarten allein von ihrer specifischen Elasticität abhänge, und daß in demselben Grade der Schall geschwinder gehen müsse, in welchem sie leichter sind; denn alsdann müßte, wenn man sie bis zu dem Grade erkälten könnte, daß sie aufhörten, elastisch zu seyn, das specifische Gewicht bey allen gleich groß seyn, und ein Kubikfuß Sauerstoffluft eben so viel wiegen, als ein Kubikfuß Wasserstoffluft. Das specifische Gewicht hängt ab 1) von dem specifischen Gewichte der kleinsten Theilchen, die ihre Basen ausmachen; 2) von ihrer specifischen Elasticität, welche die Entfernung dieser kleinsten Theilchen von einander bestimmt, und zwar von dieser am meisten. Das einzige Mittel, die specifische Federkraft zu bestimmen, ist, die Geschwindigkeit zu beobachten, mit welcher sich der Schall in ihr fortpflanzt. Dividirt man alsdann das, was man jetzt ihr specifisches Gewicht nennt, mit ihrer specifischen Federkraft, so erhalten wir ihr absolutes specifisches Gewicht, und wir können daher bestimmen, was sie wiegen würden, wenn sie feste Körper wären.

Kerby und Merrick haben zu Untersuchung der Töne der Gasarten sich der Luftpumpe bedient, und die Pfeife mit einem Blasebalge angeblasen. Die Resultate führe ich hier nicht an, da sie gar zu sehr unter sich abweichen, vermuthlich, weil man das Gas in Portionen eingetheilt hat, da auch viele Angaben scheinen durch Schreibfehler entstellt zu seyn; man wird sie am besten in Gilberts Annalen, XLII. S. 12, übersehen können. Benzenbergs Apparat hatte viel Aehnlichkeit mit dem meinigen, nur ward die Pfeife nicht durch Zusammendrückung der Blase angeblasen, sondern die Luft trat durch die Pfeife in die Blase, welches allerdings einfacher und bequemer ist. Die Töne wurden vermittelst eines 4saitigen Monochords bestimmt. Aus den erhaltenen Tönen ergaben sich folgende Geschwindigkeiten der Schallfortpflanzung, wenn die Temperatur auf dem Eispunkte war:

	Geschwindigkeit		
	nach der Theorie	nach Benzenbergs Erfahrungen	nach meinen Erfahrungen
feuchte atmosphärische Luft	862	1027	
feuchte Stickluft . . .	873	1032	966
feuchte Sauerstoffluft . .	814	942	923
feuchte kohlensaure Luft . .	701	860	857
feuchte Wasserstoffluft . .	2080	2054	2070

Benzenberg bemerkt, die Versuche müssen des Nachts angestellt werden. Es wird nothwendig seyn, sie mit getrockneten Gasarten zu wiederholen, weil man nicht weiß, wie viel Dämpfe in der Luft sind, zu welcher Absicht der Apparat von Kerby und Merrick der bequemste seyn möchte. Die Resultate, welche Benzenberg aus seinen Erfahrungen zieht, sind: 1) Man kann durch die Höhe der Töne die Geschwindigkeit des Schalles und die specifische Elasticität der Flüssigkeit eben so genau bestimmen, als bey der atmosphärischen Luft durch die gewöhnlichen Versuche mit Tertienuhren; 2) es scheint, daß die specifischen Elasticitäten verschiedener Luftarten sich nicht ganz so verhalten, wie ihre specifischen Leichtigkeiten.

Zu §. 204 und 206.

Zu diesen §§. würde eigentlich noch ein §. hinzuzufügen seyn, um zu sagen, daß der Schall durch Dämpfe von Wasser, von Alcohol und von Aether eben sowohl fort-

gepflanzt wird, als durch Luft und andere luftförmige Flüssigkeiten, worüber zuerst Biot Versuche angestellt und in den Mémoires de la société d'Arcueil, tome II. p. 94. bekannt gemacht hat, von denen sich auch in Gilberts Annalen XXXIII. 2. X. und 4. II., Nachricht findet. Benzenberg hat, wie schon bemerkt worden ist, auch Versuche darüber angestellt, und in Gilberts Annalen, XLII. S. 30. Nachricht davon gegeben. Bey §. 203, V, habe ich schon erwähnt, wie Biot die Fortleitung des Schalles durch Dämpfe auf Begründung der Idee Laplace's über die Verschiedenheit der Erfahrung von der Theorie in Ansehung der Geschwindigkeit des Schalles angewendet hat.

Zu §. 207.

Das auffallendste Beyspiel von beträchtlicher Weite, in welcher man einen Schall gehört hat, findet sich in Thomson's Annals of Philosophy, Jan. 1816. S. 3, wo bemerkt wird, daß die lautesten Explosionen des Vulkans auf St. Vincent deutlich in Demerary gehört worden sind, also in einer Entfernung von weit mehr als 300 englischen (75 deutschen) Meilen. Hier mag wohl der Schall noch mehr durch die Zitterungen der Erde, als durch die Luft fortgeleitet worden seyn. Nach Hrn. von Humboldt ist die Weite, in welcher man die Explosionen der Süd-Amerikanischen Vulkane hört, auch nicht viel geringer.

Zu §. 208.

Daß eine überall gleich weite Röhre den Schall bey einer sehr großen Länge immer ungeschwächt erhält, bemerkte auch Biot (Mémoires de la société d'Arcueil, tome II,) an einer 488 Toisen langen Wasserleitung zu Paris, wo der schwächste Schall an dem andern Ende deutlich zu hören war, und man von dem einen Ende zum andern selbst bey dem leisesten Reden, wie wenn man einander etwas in das Ohr sagt, sich mit aller Deutlichkeit unterhalten konnte.

Ueber Sprachröhre hat Hassenfratz (Journal de Physique, tome LVI. p. 18.) viele Versuche angestellt, indem er eine Uhr darin befestigt, und die Entfernung gemessen hat, in welcher deren Schläge nicht mehr hörbar waren. Wenn, nach Lambert, die Gestalten nichts taugen, welche sich so weitern, daß sie ihre Convexität der Axe zukehren, so würde die nach Außen gekrümmte Erweiterung, wie bey dem Horne und

der Trompete (im Französischen pavillon), welche man gewöhnlich bey Sprachröhren anbringt, unnütz seyn; indessen hat Hassenfratz gefunden, daß von zweyen sonst gleichen Sprachröhren das, welches eine solche Erweiterung hatte, den Schall ungefähr doppelt so weit vernehmlich machte, als das andere. Wenn ein Sprachrohr von weißem Bleche mit einem wollenen Zeuge gefüttert ward, so veränderte dieses die Wirkung nicht.

Zu §. 210.

Bey Gelegenheit des sogenannten Ohres des Dionysius, oder grotta della favella in den Steinbrüchen zu Syrakus ist noch aus den Mémoires de l'Académie de Turin 1788—1789 zu bemerken, daß vormahls, wenn man in der Mitte der Spirale dieser Grotte sich befand, man ganz deutlich die leisesten Reden derer, die in den convergirenden Spiralen waren, vernehmen konnte; dieses hat sich aber sehr verändert, weil man nach unten neue Hölungen oder Oeffnungen angebracht, und eine nach oben befindliche zugemacht hat; indessen wird doch noch das geringste Geräusch sehr vervielfältigt, und das Zerreißen eines Stückchens Papier läßt sich ganz deutlich von einem Ende der Grotte bis zum andern vernehmen, ohngeachtet die Länge 47 Fuß 7 Zoll beträgt.

Zu §. 211.

Ueber Rückwürkung des Schalles von einem Ellipsoid, Paraboloid, Hyperboloid u. s. w. hat Poisson interessante Untersuchungen in dem Journal de l'Ecole Polytechnique, tome VII. p. 350, bekannt gemacht.

Zu §. 212. III.

Bey Gelegenheit dessen, was hier und gegen das Ende der 247sten Seite über Echo's in Röhren, die an beyden Seiten begränzt und offen sind, gesagt worden ist, verdient eine Beobachtung von Biot erwähnt zu werden, da er in einer 951 Meters, oder 488 Toisen langen Wasserleitung zu Paris seine Stimme in Echo's bis auf 6mahl wiederholt gehört hat. Mémoires de la société d'Arcueil, tome II. p. 403. Die Zeitumstände dieser Echo's waren einander gleich, und betrugen beynahe eine halbe Sekunde. Das letzte ließ sich noch etwas weniger als 3 Sekunden hören, welches eben die Zeit war, in welcher der Schall an dem andern Ende ankam, aber derjenige, wel-

chen an dem andern Ende sich befand, hörte den Schall nur einfach. Die Zeiträume von ½ Secunde, welche Biot beobachtet hat, sind weit geringer, als die, welche aus der Theorie sich ergeben würden (5⅓ Sekunden), welches sich wohl nicht anders erklären läßt, als daß in der Luftstrecke, welche in der Röhre enthalten war, sich Schwingungsknoten gebildet haben, welches besonders in Röhren oder Pfeifen, deren Durchmesser in Verhältniß der Länge klein ist, leicht geschehen kann.

Zu §. 213.

Das von Kircher erwähnte Echo bey Simonetta, und das in den Philosophical transact. 480, No. 8, erwähnte, auf einem Landgute bey Mailand, welche ich sowohl in der deutschen, als in der französischen Akustik als zwey verschiedene Echo's angegeben habe, sind, wie man mir späterhin gesagt hat, ein und ebendasselbe.

Zu Muyden, nicht weit von Amsterdam, habe ich ein in Holland bekanntes Echo beobachtet, welches durch eine halbelliptische Mauer verursacht wird. Die beyden Brennpunkte sind einige Schritte weit von einander entfernt, und befinden sich in einer etwas schiefen Richtung gegen die halbe Ellipse. Der Schall, welcher in dem einen Brennpunkte hervorgebracht wird, giebt ein sehr verstärktes Echo in dem andern Brennpunkte; er scheint aus der Erde zu kommen, welches meines Erachtens daher kommt, weil die Mauer ein wenig nach innen geneigt ist, und also der Schall durch eine nochmalige Brechung von der Erde zu dem Ohre gelangt. Wenn die Mauer in derselben Art fortgesetzt wäre, und eine ganze Ellipse bildete, so würde das Echo wahrscheinlich noch stärker und vielleicht auch vielfältiger seyn.

Zu §. 217.

Eine auffallende Würkung der Musik habe ich zu Ludwigslust in der Hofkirche des Großherzogs von Meklenburg-Schwerin bemerkt. Die Kirche hat nur ein Schiff, und die ganze Seite, wo sich der Altar befindet, bildet ein Gemählde, welches die Erscheinung der Engel vorstellt, wie sie den Hirten die Geburt Christi verkündigen. Zwischen den obern Bretwänden, welche die Wolken bilden, befindet sich das Orchester, welches weder das Publikum sieht, noch von ihm gesehen wird, und aller Schall verbreitet sich erst aufwärts und gelangt zum Publikum durch Brechung an der Decke. Die Würkung ist sehr gut und deutlich, und ehe man die Bauart der Kirche kennt, ist es schwer zu errathen,

woher der Schall kommt; man würde das Orchester eher auf der entgegengesetzten Seite suchen.

In der Note zu diesem §. habe ich bemerkt, daß man in Ueberbleibseln von Theatern der Alten das, was in der Arena gesprochen wird, an den entferntesten und höchsten Stellen deutlich hört. Dieses findet nicht nur Statt in dem Theater in der Villa Hadriani zu Tivoli, sondern auch, nach den Beobachtungen von Biot, in dem Circus zu Murviedro (dem ehemaligen Sagunt), so wie auch in dem Amphitheater zu Nismes. Der Grund davon liegt wohl mit darin, daß der Schall von der Erde schief in die Höhe gebrochen wird, und daß überhaupt der Schall mehr von unten nach oben, nähmlich aus einem dichtern Medium auf ein dünneres, als von oben nach unten würkt.

Zu §. 218.

Unter den vorzüglichsten Schriften über die Theorie der Schallverbreitung durch die Luft sind auch folgende zu erwähnen:

Sur la théorie du son, par Poisson, im Journal de l'Ecole Polytechnique, tome VII.

Observations sur la théorie et sur les principes du mouvement des fluides, par J. Trembley, in den Mémoires de l'Acad. de Berlin 1801.

Zu §. 220.

Die Abhandlung von Nollet, über das Gehör der Fische und die Fortpflanzung des Schalles durch Wasser, befindet sich auch mit Anmerkungen von Gilbert in dessen Annalen der Physik, XLIV. S. 346.

In dem XLVIIIsten Bande von Gilberts Annalen, S. 66, befindet sich eine Abhandlung von G. W. Munke, über die Fortpflanzung des Schalles durch Wasser. Es wird bemerkt, daß (wie ich auch in diesem §. geäußert habe) die Fortpflanzung des Schalles durch Wasser nicht, wie bey expansibeln Flüssigkeiten, als eine Funktion der Elasticität anzusehen ist, sondern vielmehr als ein Stoß, den ein Theilchen dem andern mittheilt. Aus seinen Versuchen erhellt, daß das Wasser den Schall ungleich stärker als die Luft, und eben so stark, als feste Körper, leitet. Die vorzüglichste Schwächung bey einem in der Luft erregten Schalle kommt von dem Wechsel heterogener Medien her, besonders bey dem Uebergange aus einem dünnen Mittel in ein dichteres. Auch Quecksilber leitet den Schall, und zwar noch stärker, als Wasser. Auch Eis leitet ihn.

Zu §. 226.

Die besten Versuche, welche man bis jetzt über die Geschwindigkeit der Fortleitung des Schalles durch eine lange Strecke von fester Materie angestellt hat, sind die von Biot, welche von ihm in dem zweyten Bande der Mémoires de la société d'Arcueil, S. 403, beschrieben sind, und wovon sich auch Nachrichten in Gilberts Annalen der Physik, XXXV. 4. II, und XXXVII. 2. VI, nebst Bemerkungen von Benzenberg finden. Biot bediente sich zu diesen schon bey §. 208 und 212 erwähnten Versuchen der Röhren von einer Wasserleitung zu Paris, welche aus Metall gegossen und zusammengelöthet waren, so daß sie eine Strecke von 951 Metern, oder 488 Toisen bildeten. Er hatte an dem entgegengesetzten Ende in einem eisernen Ringe von gleichem Durchmesser, wie die Röhre, eine Anschlageglocke nebst einem Hammer anbringen lassen, den man vermittelst eines Zuges nach Belieben fallen lassen konnte. Man hörte an dem andern Ende den Schall ganz deutlich zweymahl, das einemahl durch das Metall, das anderemahl durch die Luft, und zwar durch das Metall $10\frac{1}{2}$mahl geschwinder. Er hat hernach auch diese Versuche durch zwey Uhren bestätigt, wo man nach gewissen Zeiten einen Schlag an jedem Ende that. Die von Biot beobachtete Geschwindigkeit, welche die durch die Luft $10\frac{1}{2}$mahl übertraf, stimmt so gut mit meinen Angaben überein, als man es nur verlangen kann, womit auch Biot nach seinen mündlichen Aeußerungen vollkommen einverstanden war. Die Röhren waren von einer Art von Gußmetall (métal de fonte) und aus mehrern an einander gelötheten Stücken zusammengesetzt. Ich habe nähmlich gesagt, daß die Geschwindigkeit der Fortleitung des Schalles durch Zinn ungefähr $7\frac{1}{2}$, durch Silber 9, durch Kupfer beynahe 12 und durch Eisen ungefähr 17mahl größer seyn werde, als durch die Luft, vorausgesetzt, daß die Strecke ganz gleichförmig zusammenhängend ist. Wenn sie aus mehrern Stücken und durch verschiedenartige Bindungsmittel zusammengefügt, oder wenn sie auch sehr gekrümmt oder in Winkeln gebogen ist, oder wenn auch bey einer Strecke von Holz hier und da Fasern mehr in die Quere, als in die Länge gehen, so versteht es sich von selbst, daß die Fortleitung weniger schnell seyn werde, als ich es (ungefähr als Maximum) angegeben habe, indessen doch allemahl weit schneller, als durch die Luft. Es ist also ungegründet, wenn Munke in Gilberts Annalen, XLVIII. 1. III, sagt, daß Biots Versuche mit meinen Angaben nicht gut übereinstimmten, denn, wenn auch die Röhren von Eisen wären, wie es vorauszusetzen scheint, (welches aber kein dauerhaftes

Material zu Wasserleitungen seyn würde), so könnte doch wegen der Zusammenlöthung mehrerer Stücke, wo also an vielen Stellen ein geringerer Zusammenhang und eine Fortleitung durch heterogene Medien Statt findet, die Geschwindigkeit bey weitem nicht so groß seyn, als sie durch einen ununterbrochenen eisernen Draht oder Stab von derselben Länge seyn würde.

Bey ähnlichen aber unvollkommenern Beobachtungen von Lenot, Desormes und Clément über die Schallverbreitung durch Röhren, in dem Bulletin de la société philomatique, und in Gilberts Annalen XXXIX, S. 142, war die Geschwindigkeit weit geringer, als bey Biot, nähmlich nur etwa 593 Meter in einer Sekunde; aber die Röhren waren auch wenig zusammenhängend, daher nichts weiter daraus folgt, als daß feste Körper auch unter ungünstigen Umständen den Schall doch wenigstens schneller, als die Luft, leiten.

Hassenfratz begab sich (nach dem Traité de Physique par Hauy, p. 479) in einen von den Steinbrüchen unterhalb Paris, und ließ jemanden mit einem Hammer gegen eine Steinmasse schlagen, welche die Wand eines langen Ganges mitten in den Steinbrüchen bildete. Er hörte den Schall allemahl doppelt, und zwar durch die Steinmasse früher, als durch die Luft; der durch die Steinmasse verbreitete Schall nahm aber weit früher an Stärke ab, wenn der Beobachter sich davon entfernte. Er hörte auch an einer hölzernen 210 Fuß langen Barriere den Schall durch das Holz früher, als durch die Luft.

Benzenberg bemerkt in Gilberts Annalen, XXXVII. 2. VI, Biot habe sich keiner guten Instrumente zu seinen Beobachtungen bedient; ein Chronometer helfe nichts; eine Tertienuhr wäre besser gewesen. Die Hauptschwierigkeit sey, den Täuschungen des Taktes zu entgehen. Es lohne nicht der Mühe, die Geschwindigkeit des Schalles auf kleine Weiten zu erforschen. Die Versuche Biot's schlössen noch beträchtliche Ungewißheiten ein.

Zu §. 230.

Bey Gelegenheit des von Morhof und Bartoli erzählten Zersprengens gläserner Gefäße durch die Stimme ist zu bemerken, daß im Talmud, und zwar in der Gemara, (Baba Kama, fol. 18, col. 2.) verschiedene Meinungen der Lehrer angeführt werden, wie es mit dem Schadenersatz solle gehalten werden, wenn ein Gefäß durch das Geschrey eines Hausthieres zersprengt wird. Man kann also wohl vermuthen,

daß einmahl ein solcher Fall sich müsse ereignet haben, weil es sonst wohl schwerlich jemanden würde eingefallen seyn, zu untersuchen, ob und wie in solchen Fällen der Schade solle ersetzt werden. Die Stelle sagt nach einer wörtlichen Uebersetzung folgendes: Tradit Rame, filius Jecheskel, gallus gallinaceus qui extendit caput suum in vacuum vasis vitrei, clanxeritque in eo, ut frangatur, persolvitur damnum integrum. Et dixit Raf Joseph: verba familiae (scholae) Magistri: equus qui hinnit et asinus qui rudit et fregit vasa, persolvit (dominus) dimidium damnum. Das hier durch vacuum übersetzte Wort (aïr) ist eben das, was im Griechischen und lateinischen ἀήρ und aër ist, und bedeutet einen nichts weiter als Luft enthaltenden Raum.

Zu §. 231 bis 241, insbesondere zu §. 238.

Die Lehre von den Gehörwerkzeugen und ihren Funktionen habe ich in der französischen Umarbeitung etwas kürzer und mitunter etwas anders, als in der deutschen Ausgabe, vorgetragen. Cuvier, welcher die Güte hatte, diesen Theil der Akustik, so wie Biot, und in dessen Abwesenheit Poisson, die vorhergehenden, in Hinsicht auf Sprachrichtigkeit durchzusehen, äußerte seine Zufriedenheit, und machte in der Sache selbst nur die einzige Abänderung, daß er meine Herleitung des Gehörnervens (einigen Beobachtungen Anderer gemäß, da ich nicht selbst Anatom bin) aus markigen Streifen an der vierten Hirnhöle nicht duldete; dieser Nerve scheint nach ihm vielmehr aus einem graulichen Streifen zu entspringen, der sich quer über dem hintern Bündel der Fortsetzung des kleinen Gehirns befindet, welches mit den Beobachtungen von Wenzel und von Gall übereinkommt.

Zu §. 242 und 259.

Unter den Schriftstellern, welche über die Gehörwerkzeuge der Menschen und Thiere Belehrungen gegeben haben, verdient vorzüglich erwähnt zu werden, Cuvier in seinen Leçons d'Anatomie comparée, tome II, leçon XIII, wovon auch eine deutsche Uebersetzung von Meckel erschienen ist.

Berichtigungen einiger Fehler in den Kupfertafeln zur Akustik.

In der 39sten Figur, welche die zweyte Schwingungsart einer Gabel darstellt, sollte unterwärts zwischen nt die mittelste krumme Linie, welche die natürliche Gestalt

dieses nach innen und nach außen kleine Excursionen machenden Theiles der Gabel vorstellen soll, am stärksten, und die untere krumme Linie nqt schwach seyn, so wie es in Fig. 38 richtig ausgedrückt ist.

In Fig. 53 fehlt in der Entfernung des 5ten Theils der Länge von dem freyen Ende an gerechnet, eine Querlinie.

Eben so auch in Fig. 56.

In Fig. 67 a sollten die Buchstaben m und n nicht in der Mitte der untern Seite seyn, sondern weiter links, so wie in Fig. 67 b.

In Fig. 87 b sind die beyden Diagonallinien von dem Kupferstecher ausgelassen worden; die Figur muß so seyn, wie hier in diesen Beyträgen Fig. 29 b ist.

In Fig. 242 muß unterwärts noch eine krumme Linie seyn, so wie in Fig. 239 und 240 ist.

In Fig. 262, welches eine an dem Ende Bb verschlossene Röhre vorstellen soll, muß zwischen B und b eine senkrechte Linie seyn.

Die Besitzer meiner Akustik ersuche ich, diese wesentlichen Fehler zu ändern.

(Nachstehende Bemerkungen sind von dem Verfasser später eingeschickt worden, als die Bogen, in welche sie gehört hätten, schon abgedruckt waren, sie konnten also nicht eingerückt werden, und folgen hier als Anhang.)

Zu §. 29. (ist hinzuzufügen:)

Ueber Verschiedenheit der Stimmung in Ansehung der Höhe und Tiefe im Allgemeinen finden sich Bemerkungen im Retrospect of philosophical discoveries, No. 35, p. 311. Southern untersuchte 2 Stimmgabeln; nach der einen machte das c in einer Secunde $254\frac{2}{3}$, nach der andern $252\frac{1}{4}$ Schwingungen. Young nimmt mit Recht als Normalzahl 256 an, welches mit meiner Bemerkung, daß man am besten thue, wenn man die Schwingungszahl eines jeden c in einer Secunde als irgend eine Potenz von 2 ansehe, übereinstimmt. Nach Smith in seinen Harmonics machte das c in der Orgel des Trinity-College 234 bis 235 Schwingungen; sie stand also sehr tief. An den meisten Orten ist man in neuerer Zeit mit der Stimmung mehr in die Höhe, als in die Tiefe, gegangen; hier und da mehr, als man in Hinsicht auf die gute Wirkung mancher Stücke sowohl, wie auch mancher hierzu nicht eingerichteten Instrumente hätte thun sollen.

Zu §. 30.

Biot hat in seinem Traité de Physique getadelt, daß ich in §. 22 der französischen Akustik gesagt habe, jeder gute Sänger und jeder gute Spieler irgend eines Instrumentes temperire, ohne es zu wissen. Die Sache ist aber doch unwidersprechlich wahr, weil sie in der Natur der Zahlen selbst gegründet ist. Unter Temperiren verstehe ich nähmlich hier im weitläuftigen Sinne, die mathematische Reinigkeit der Tonverhältnisse etwas abändern. Nimmt man jedes Verhältniß in Beziehung auf den Grundton des Stückes vollkommen rein, so haben die Fortschreitungen eines Tones zu dem andern nicht die reinen Verhältnisse; man temperirt also in Beziehung auf diese. Nimmt man aber jede Fortschreitung eines Tones zum andern vollkommen rein, so behalten sie wieder nicht die reinen Verhältnisse gegen den Grundton, und man kommt von diesem immer mehr ab. Da nun ein für allemahl Reinigkeit der Verhältnisse gegen den Grundton mit Reinigkeit der Fortschreitungen der Töne nicht beysammen bestehen kann, und das eine dem andern geradezu widerspricht, so muß irgendwo temperirt (d. i. von der mathematischen Reinigkeit abgewichen) werden, wie ich in §. 30, nach Marpurg, an der Tonfolge g, c, f, d, g, c, gezeigt habe, welche so einfach, als möglich, ist, und doch nicht in jeder Beziehung rein ausgeübt werden kann. Wenn in dieser Tonfolge jeder Ton in Beziehung auf den Grundton c rein seyn soll, und also, diesen als Einheit betrachtet, $g = \frac{3}{2}$, und $f = \frac{4}{3}$ seyn soll, so müßte also $d = \frac{9}{8}$ oder $= \frac{10}{9}$ seyn. Nimmt man es als $\frac{9}{8}$, so verhält sich $d : f$ nicht wie $6 : 5$, sondern wie $32 : 27$, und nimmt man d als $\frac{10}{9}$, so verhält sich $d : g$ nicht wie $3 : 4$, sondern wie $20 : 27$. Man würde also in Beziehung auf die Verhältnisse dieser Töne unter sich sehr merklich von der Reinigkeit derselben abgewichen seyn, und also in Beziehung auf diese auf

irgend eine Art, sie sey nun schicklich, oder unschicklich, temperirt haben. Will man aber jede Fortschreitung eines Tones zum andern rein ausüben (so daß g:c=3:2, c:f=3:4, f:d=6:5, d:g=3:4, g:c=3:2 ist, so kommt etwas sehr ungeschicktes heraus, weil man von dem Grundtone ganz abweicht, und um das Comma $\frac{1}{80}$ zu sehr in die Tiefe geräth, so daß der Grundton, welcher doch immer derselbe bleiben soll, aufhört Grundton zu seyn, und erst =162, hernach aber =160 ist. Wollte man dieselbe einfache Melodie mehreremahl in solchen reinen Intervallen wiederholen, so würde man endlich um ganze Töne tiefer enden, als man angefangen hätte. So wie es bey dieser einfachen Tonfolge ist, so wird man dasselbe bey jeder andern finden. Es ist also absolut unmöglich, eine Tonfolge, oder ein Tonstück, wenn man auch noch so genau alle erhöhten oder erniedrigten halben Töne unterscheiden will, vorzutragen, ohne irgendwo zu temperiren, und ein guter Sänger oder Spieler eines Instrumentes, wo die Töne nicht fest sind, sondern durch Greifen bestimmt werden, unterscheidet sich von einem schlechten dadurch, daß er unter den verschiedenen Möglichkeiten, jeden Ton in seinen Beziehungen auf andere vorzutragen, immer die zu wählen weiß, welche unter den gegebenen Umständen die beste Wirkung thut, so daß, wenn gleich unvermeidliche Abweichungen von der mathematischen Reinigkeit vorhanden sind, sie doch so gering sind, daß niemand sie bemerken kann.

Zu §. 149.

Hier muß es in der 4ten Zeile von unten, anstatt: 0|2, 1|2, 1|3, 1|4, heißen: 0|2, 1|2, 2|2, 3|2. Ich ersuche die Besitzer meiner Akustik, dieses abzuändern.

Zu §. 165. (ist am Ende zu dem, was über das chinesische Instrument Gonggong gesagt ist, noch folgendes hinzuzufügen:)

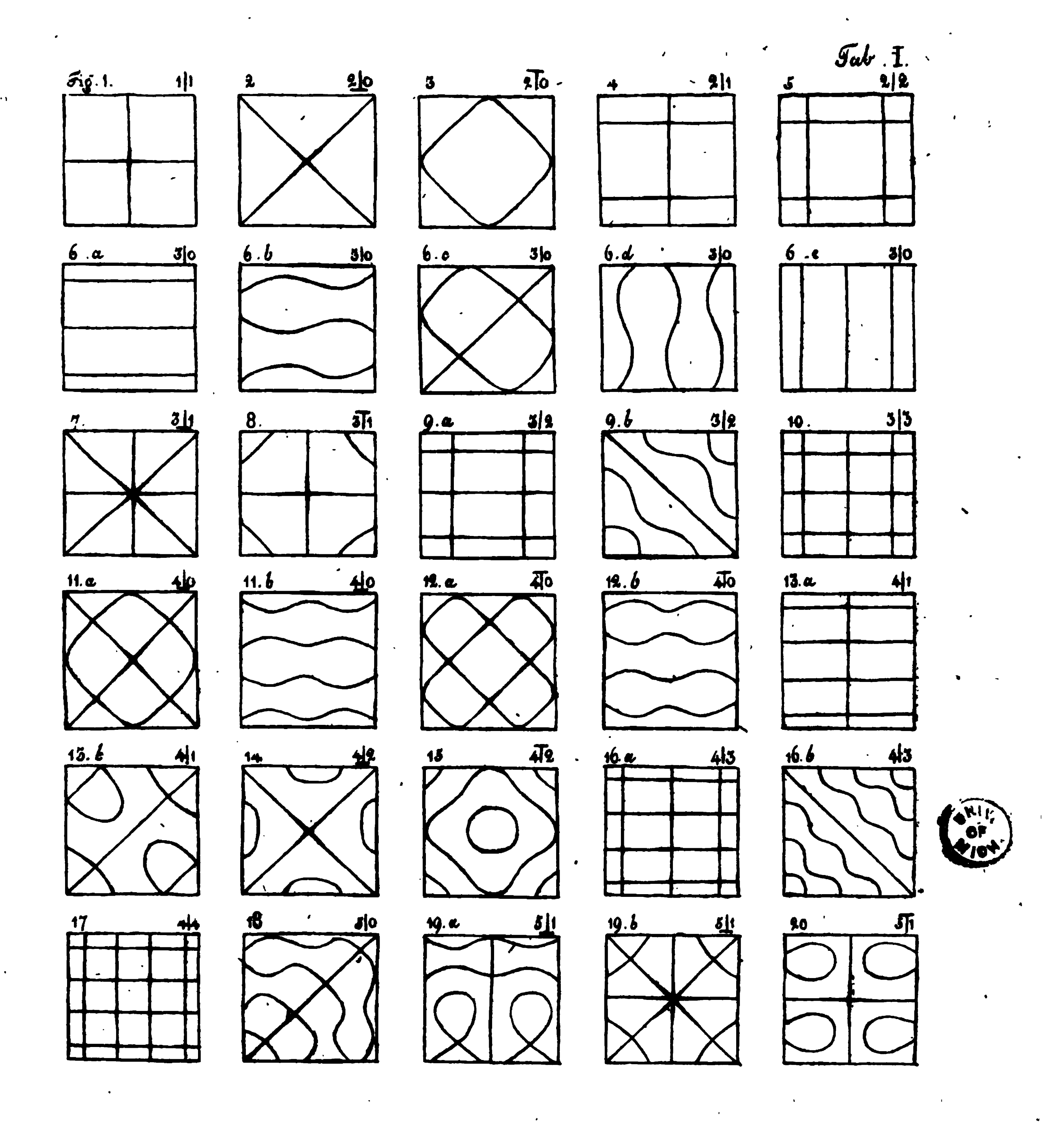
Thomson hat in seinen Annals of Philosophy, Vol. II. (Sept. 1813.) p. 208, Bemerkungen über das Gonggong geliefert. Die Dicke des mittlern, flachen oder wenig convexen Theiles war $\frac{1}{13}$ bis $\frac{1}{20}$ Zoll. (Bey denen, die ich gesehen habe, scheint sie mir, soviel ich mich erinnern kann, etwas größer gewesen zu seyn.) Wollaston hat das Metall desselben bey einer Hitze, etwas geringer als zum Rothglühen, hämmerbar gefunden, und das Joseph Banks zugehörende Instrument nach einem Risse dadurch auf einige Zeit wiederhergestellt, endlich aber hat der Riß sich erneut, und es ist zerbrochen. Das specifische Gewicht fand Thomson 8,958, welches sehr beträchtlich ist, da das gewöhnliche englische aus Kupfer, Zinn, Zink und Bley bestehende Glockenmetall nur ein specifisches Gewicht von 8,368 hat. Es enthält 4 Theile Kupfer und 1 Theil Zinn, oder noch genauer enthielt es nach Thomson's Analyse 80,427 Kupfer und 19,573 Zinn.

Zu §. 242 und 259. (ist hinzuzufügen:)

Im Archiv für die Physiologie von Reil und Autenrieth, 9. B. S. 313, finden sich merkwürdige Beobachtungen über die Funktionen einzelner Theile des Gehöres von Autenrieth und Kerner.

Druckfehler und nöthige Verbesserungen.

S. 4 Z. 24 und S. 5 Z. 2 } muß es anstatt: vierten Tabelle, heißen: achten Tabelle.
S. 22 Z. 2 anstatt dritten Tabelle, lies: siebenten Tabelle.
S. 22 Z. 14 anstatt: Figuren, l. Fingern.
S. 23 Z. 3 und 4 anstatt: zweiten Tabelle, l. sechsten Tabelle.
S. 28 Z. 7 anstatt: 256, l. 224.
S. 28 Z. 25, oder in der 7ten Zeile von unten, ist das Wort ihm auszustreichen.
S. 40 Z. 16 anstatt: einfacherer, l. einfachere.
S. 40 Z. 17 anstatt: zusammengesetzterer, l. zusammengesetztere.
S. 41 Z. 20 anstatt: nach einer Stelle, l. noch einer Stelle.
S. 47 zu Ende, oder im Anfange von S. 48, ist eine Zeile weggelassen; es muß heißen: daß sie auf jeder doppelten Stufe zu irgend einer andern ebenfalls doppelten Stufe übergehn können.
S. 49 in der letzten Zeile, anstatt: 16, l. es.
S. 61 Z. 9 anstatt: dehnend, l. drehend.
S. 65 Z. 3 anstatt: Zusätze, l. Aufsätze.


Tab. I.
Fig. 1. 1|1
2 2|0
3 2|0
4 2|1
5 2|2
6. a 3|0
6. b 3|0
6. c 3|0
6. d 3|0
6. e 3|0
7. 3|1
8. 3|1
9. a 3|2
9. b 3|2
10. 3|3
11. a 4|0
11. b 4|0
12. a 4|0
12. b 4|0
13. a 4|1
13. b 4|1
14 4|2
15 4|2
16. a 4|3
16. b 4|3
17 4|4
18 5|0
19. a 5|1
19. b 5|1
20 5|1

Tab. II.

21. a 5|2 — 21. b 5|2 — 22 5|5 — 23. 5|3 — 24. a 5|4

24. b 5|4 — 25. 5|5 — 26. a 6|0 — 26. b 6|0 — 27. 6|0

28 6|1 — 29. a 6|2 — 29. b 6|2 — 30. a 6|2 — 30. b 6|2

31. a 6|3 — 31. b 6|3 — 32 6|4 — 33 6|4 — 34. a 6|5

34. b 6|5 — 35. a 6|6 — 35. b 6|6 — 36. a 7|0 — 36. b 7|0

37. a 7|2 — 37. b 7|2 — 38. a 7|3 — 38. b 7|3 — 39. 7|3



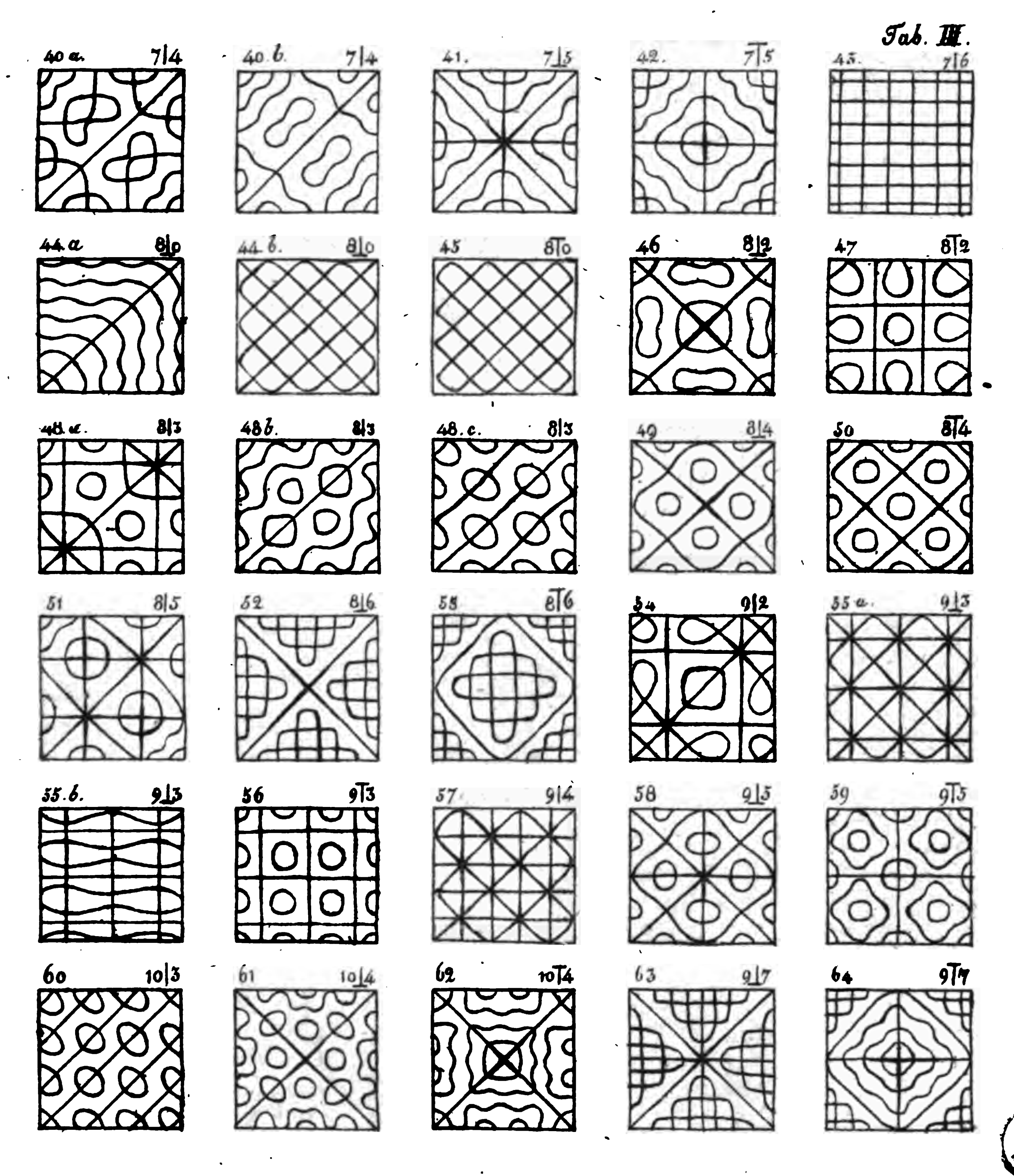

Tab. III.
40 a. 7|4
40 b. 7|4
41. 7|5
42. 7|5
43. 7|6
44 a 8|0
44 b. 8|0
45 8|0
46 8|2
47 8|2
48 a. 8|3
48 b. 8|3
48. c. 8|3
49 8|4
50 8|4
51 8|5
52 8|6
53 8|6
54 9|2
55 a. 9|3
55. b. 9|3
56 9|3
57 9|4
58 9|5
59 9|5
60 10|3
61 10|4
62 10|4
63 9|7
64 9|7

Fig. 65.

oder ½ Biegung oder 1 Biegung

oder 1½ Biegung oder 2 Biegungen

oder 2½ Biegung oder 3 Biegungen

66. a 66. b

oder auch

Diese Grundzüge aller Klangfiguren sind gleichbedeutend, und können ohne Veränderung des Tones mehr oder weniger in einander übergehen.

67 = Fig. 2

68 = Fig. 3

69 n e d c b a m

70. a 70. b 71. a 71. b

72 ½ Fig. 5

73 ½ Fig. 9. a

74 ¼ Fig. 34. a



Tab. V.

Beobachtete Tonverhältnisse einer Quadratscheibe, nebst den Schwingungszahlen, welche sich daraus folgern lassen.

Fig. 75.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1		G, 6							
2	d–, 9– e..f, 10(+)	h, 15	a..b, 27+, 28–						
3	gis, 25	h, 30 c, (+) 32? 33?	fis, 45	c (+) 64, 65					
4	gis–, 49– gis, 50	b—, 55, 56–	cis, 70 d, 72	fis, 90, 91	b (–) 110+, 112				
5	e (+) 81	f, 84 90 fis, 91	gis, 98, 99, 100–	119 h, 120 125 126 c, 128–	150 dis 153	fis, 180			
6	120 h, 121 125 c–, 126	c, 128	135 cis, 140 d, 144	160 e, 162	189 g, 192 196 198 gis, 200–	224(+) b, 231(–)	256(+) c, 264(–)		
7	f, 169	f... fis 175? 180?	fis (+) 180(+)? 189(–)?	209 gis+, 210 216 a, 220	240 h, 242	275 cis, 280 286 d, 288	320 324 e, 325	360 fis, 364	
8	224 b, 225 225+ b+, 231?		240 h, 242 245 c– 250	256+ c+ 264–	286 d, 288 294 dis, 299	336 f, 338	377(+) g, 384 390 gis, 392	432 a, 435	h, 480



Tab. VI.

Angabe der Progressionen, welche an einer Quadratscheibe in einigen diagonalen Reihen von Schwingungsarten statt finden, und der Art, wie man die meisten angegebenen Schwingungszahlen als Produkte vorher eingetretener Zahlen ansehen kann.

Fig. 76.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1		6 =2 . 3							
2	9 — =3 . 3 — 10 (+) 2 . 5	15 3 . 5	27 (+) 3 . 9						
3	25 5 . 5	30 3 . 10 5 . 6 32 (+) $2 . 4^2$ 33 (—) 3 . 11	45 3 . 15 5 . 9	65 5 . 13					
4	49 — 7 . 7 50 5 . 10 $2 . 5^2$	55 5 . 11 56 (—) 7 . 8	70 5 . 14 7 . 10 72 $2 . 6^2$	91 7 . 13	112 7 . 16				
5	81 9 . 9	84 7 . 12 91 7 . 13 90 9 . 10	98 7 . 14 $2 . 7^2$ 99 9 . 11	119 7 . 17 126 7 . 18 9 . 14 128 (—) $2 . 8^2$	153 9 . 17	180 9 . 20			
6	121 — 11 . 11 — 126 ? 9 . 14		135 9 . 15 144 9 . 16	162 9 . 18 $2 . 9^2$	189 9 . 21 198 9 . 22 11 . 18 200 — $2 . 10^2$ —	231 11 . 21	264 11 . 24		
7	169 13 . 13		180 (+)? 9 . 20 189 (—)? 9 . 21	209 11 . 19 220 ? 11 . 20 216 9 . 24	242 11 . 22 $2 . 11^2$ 243 9 . 27	275 (+) 11 . 25 286 11 . 26 13 . 22 288 $2 . 12^2$ 9 . 32	325 13 . 25 324 9 . 36	364 13 . 28 360 9 . 40	
8	225 — 15 . 15 — ?			260 13 . 20	286 13 . 22 299 13 . 23	388 13 . 26 $2 . 13^2$	377 (+) 13 . 29 390 13 . 30 15 . 26 293 $2 . 14^2$	435 15 . 29	480 15 . 32



Tab. VII.

Ein Versuch, die Schwingungszahlen einer Quadratscheibe so in einem Zusammenhange darzustellen, dass man sieht, wie bei deren Fortschreitungen gewöhnlich ein Faktor sich verändert, während die andern unverändert bleiben.

Fig. 77.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1		6 2 . 3							
2	9 – 3 . 3 – (3^2) ——— 10 2 . 5	15 3 . 5	27 + 3 . 9 28 – 4 . 7						
3	25 5^2 (2 . 3 . 4 +)	30 2 . 3 . 5 ——— 32 (+) 2 . 4 . 4	45 3 . 3 . 5	64 2 . 4 . 8					
4	48 … 49 2 . 4 . 6 + ——— (7^2) 50 2 . 5 . 5	56 (–) 2 . 4 . 7	70 2 . 5 . 7 ——— 72 2 . 6 . 6 3 . 4 . 6	90 3 . 5 . 6 2 . 5 . 9	110 (+) 2 . 5 . 11 112 2 . 7 . 8				
5	81 9^2 3 . 3 . 9 (4 . 4 . 5 +)	84 3 . 4 . 7 ——— 90 3 . 5 . 6 3 . 3 . 10	100 (–) 4 . 5 . 5	120 4 . 5 . 6 3 . 4 . 10 3 . 5 . 8 ——— 125 5 . 5 . 5	150 5 . 5 . 6 3 . 5 . 10	180 5 . 6 . 6 3 . 6 . 10			
6	120 4 . 5 . 6 ——— (11^2) 126 ? 3 . 6 . 7 125 ? 5 . 5 . 5	128 4 . 4 . 8	140 4 . 5 . 7 ——— 144 4 . 6 . 6 4 . 4 . 9 3 . 6 . 8	160 5 . 4 . 8 162 3 . 6 . 9	189 ? 3 . 7 . 9 192 ? 6 . 4 . 8 ——— 196 ? 4 . 7 . 7 198 ? 3 . 6 . 8	224 (+) ? 7 . 4 . 8 231 (–) ? 3 . 7 . 11	256 (+) ? 8 . 4 . 8 264 (–) ? 3 . 8 . 11		
7	169 13^2 (3 . 7 . 8 +)	175 ? 5 . 5 . 7	180 ? + 6 . 5 . 7 189 (+) ? 3 . 7 . 9	210 6 . 5 . 7 3 . 7 . 10 ——— 216 6 . 6 . 6 3 . 8 . 9	240 6 . 5 . 8 3 . 8 . 10	280 7 . 5 . 8 ——— 288 6 . 6 . 8 3 . 8 . 12	320 ? 8 . 5 . 8 324 ? 3 . 9 . 12	360 9 . 5 . 8 6 . 6 . 10 3 . 10 . 12	
8	224 ? 4 . 7 . 8 ——— (15^2) 225 + 231 ? 3 . 7 . 11		240 ? 5 . 6 . 8 3 . 8 . 10 ——— 245 ? 5 . 7 . 7 250 ?	256 (+) 4 . 8 . 8 264 (–) 3 . 8 . 11	288 4 . 9 . 8 6 . 6 . 8 3 . 8 . 12 ——— 294 (+) 6 . 7 . 7	336 7 . 6 . 8	384 8 . 6 . 8 ——— 392 8 . 7 . 7	432 9 . 6 . 8	480 10 . 6 . 8

Tab. VIII.

Vergleichung der beobachteten Töne bei den verschiedenen Schwingungsarten einer Quadratscheibe.

Fig. 78.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
3		2 . 2|1	3 . 2|1	2 . 3|1 (−)					
4	2 . 3|0	2 . 2|2		2 . 3|2	2 . 4|1 + 2^2. 2|2 +				
5		½ . 7|0 = 4|3	2^2 . 3|0 (−) 2 . 4|0 (+) 2 . 4|0 (−)	2^2 . 3|1 2^2. 3|1 − 2 . 3|3 (−)	3 . 4|0	2 . 5|1 2 . 4|3 2^2. 3|2			
6	= 5|3 = 5|3	2 . 3|3	2 . 4|2 (−) 2 . 4|2	2 . 5|0	2^5 . 1|1 2 . 5|2 (−) 2^2. 4|0 (−)	= 8|0 2 . 4|4 (+)	2 . 6|1 + 2^2. 3|3 (+)		
7	2 . 5|1		= 5|5 (+)	3 . 4|2 $\frac{3}{2}$. 6|2 3 . 4|2 $\frac{3}{2}$. 6|2	2 . 5|3 2 . 6|0 (+) 2 . 6|0 (−)	2 . 6|2 2^2. 4|2 2 . 6|2 2^2. 4|2 $\frac{3}{2}$. 6|4	2 . 6|3	2 . 5|5 2^2. 4|3	
8	2 . 4|4 = 6|5		2 . 6|0 2 . 5|3 = 7|4 2 . 5|3 (−) 2 . 6|0 (−)	= 6|6	= 7|5 2 . 5|4 (−)	2 . 7|0 2^2. 5|1	2 . 6|4 2 . 6|4	2 . 7|3	2 . 7|4 2^2. 5|3 2^2. 6|0
9	= 8|4 = 7|5		2 . 5|4 + 2 . 6|3 − 7|6 −	= 8|5 (−)	= 7|7	= 8|6			

Tab. IX.

Fig. 79. *Fortsetzung von Tab. V.*

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	d, 289		e— 315	330 f, 336 / 343 f+, 345	fis, 360	390 gis—, 392	b, 450	c—, 495 / 510 c 512	cis + 561	dis 612

Fig. 80. *Fortsetzung von Tab. VI.*

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	289 17^2		315 15 . 21	330 15 . 22 / 345 15 . 23	360 15 . 24	390 15 . 26 / 405 15 . 27	450 15 . 30 $2 . 15^2$	495 15 . 33 / 510 15 . 34 17 . 30 512 $2 . 16^2$	561 17 . 33	612 17 . 36

Tonverhältnisse der Rectangelscheiben in den Verhältnissen $1:\frac{4}{2}$, $1:\frac{4}{3}$, $1:\frac{4}{4}$, $1:\frac{4}{5}$, $1:\frac{4}{6}$, *und* $1:\frac{7}{5}$ *oder* $\sqrt{2}:1$, *verglichen mit den Tönen einer Quadratscheibe, wenn die Länge dieselbe bleibt. Die horizontale Reihe von Zahlen zeigt die Querlinien, u. die senkrechte die Längenlinien an.*

Fig. 81. *In dem Verhältnisse* $1:\frac{4}{2}$.

	0	1	2	3	4	5
0			dis +, 3^2 +	a +, 5^2 +	a, 7^2 +	f +, 9^2 +
1		g +, 2 . 6	a +, (2|2)	fis, (3|2)	d, (4|2)	gis +, (5|2)
2	dis, $2^2 . 3^2$ +	fis (3|2)	c, (3|3)	fis (4|3)	h, (5|3)	e, (6|3)
3	a +, $2^2 . 5^2$ +	b — (4|4)	c, (5|3)	dis, (5|4)	fis, (5|5)	b, (6|5)

Fig. 82. *In dem Verhältnisse* $1:\frac{4}{3}$.

	0	1	2	3	4	5
0			dis +, 3^2 +	a +, 5^2 +	a, 7^2 +	f +, 9^2 +
1		d +, 3 . 6	dis +	c —, (3|3)	fis, (4|3)	c —, (5|3)
2	f +, $3^2 . 3^2$	g	h, (5|3)	d +, (5|4)	fis, (5|5)	b —, (6|5)

Tab. X.

Fig. 83. *In dem Verhältnisse* 1 : ¼.

	0	1	2	3	4	5
0			*dis* +, 3^2 +	$\overline{a}$ +, 5^2 +	$\overline{\overline{a}}$, 7^2 +	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ +, 9^2 +
1		$\overline{g}$, 4 . 6	$\overline{\overline{\overline{gis}}}$ +	$\overline{\overline{\overline{e}}}$ —	$\overline{\overline{\overline{\overline{b}}}}$, (4|4)	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}}$, (5|4)
2	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}}$ +, $4^2 . 3^2$	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{e}}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{fis}}}}}$, (7|2)	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{a}}}}}$, (7|3)		

Fig. 84. *In dem Verhältnisse* 1 : ⅙.

	0	1	2	3	4	5
0			*dis* +, 3^2 +	$\overline{a}$ +, 5^2 +	$\overline{\overline{a}}$, 7^2 +	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ +, 9^2 +
1		$\overline{\overline{d}}$, 6 . 6	$\overline{\overline{\overline{d}}}$ +	$\overline{\overline{\overline{\overline{a}}}}$ +, (4|4)	$\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}$, (5|4)	$\overline{\overline{\overline{\overline{g}}}}$ +, (6|4)

Fig. 85. *In dem Verhältnisse* 1 : ⅛.

	0	1	2	3	4	5
0			*dis* +, 3^2 +	$\overline{a}$ +, 5^2 +	$\overline{\overline{a}}$, 7^2 +	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ +, 9^2 +
1		$\overline{\overline{g}}$, 8 . 6	$\overline{\overline{\overline{g}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{d}}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{g}}}}$ (6|4)	$\overline{\overline{\overline{\overline{h}}}}$, (7|4)

Fig. 86. *In dem Verhältnisse* 1 : ⅞, *oder* $\sqrt{2}:1$.

	0	1	2	3	4	5
0			*dis* +, 3^2 +	$\overline{a}$ +, 5^2 +	$\overline{\overline{a}}$, 7^2 +	$\overline{\overline{\overline{f}}}$ +, 9^2 +
1		*cis* , $\frac{7}{5}$. 6	$\overline{e}$	$\overline{\overline{dis}}$	$\overline{\overline{c}}$, (3|3)	$\overline{\overline{\overline{g}}}$ —, (4|3)?
2	$\overline{dis}$ +, 2 . 3^2 +	$\overline{gis}$, (3|0)	$\overline{\overline{e}}$ + -	$\overline{\overline{\overline{c}}}$, (3|3)	$\overline{\overline{\overline{\overline{fis}}}}$, (4|3)	$\overline{\overline{\overline{h}}}$ .. $\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$, (5|3)
3	$\overline{\overline{a}}$ +; 2 . 5^2 +	$\overline{\overline{h}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}$	$\overline{\overline{\overline{gis}}}$ —	$\overline{\overline{\overline{h}}}$ .. $\overline{\overline{\overline{\overline{c}}}}$ (5|3)	$\overline{\overline{\overline{\overline{e}}}}$, (6|3)
4	$\overline{\overline{\overline{a}}}$, 2 . 7^2 +	$\overline{\overline{\overline{a}}}$ +	$\overline{\overline{\overline{h}}}$ —	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{dis}}}}}$ (5|4)	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{f}}}}}$ +, (5|5) ?	



